

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN ABITIBI-TÉMISCAMINGUE

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

PAR

MOULOUDI ABDELGHANI

CARACTÉRISATION DES MEMBRANES THERMOPLASTIQUES PAR  
UNE APPROCHE NEURALE

Septembre 2009



# BIBLIOTHÈQUE

Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue  
Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue

## Mise en garde

La bibliothèque du Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue et de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue a obtenu l'autorisation de l'auteur de ce document afin de diffuser, dans un but non lucratif, une copie de son œuvre dans Depositum, site d'archives numériques, gratuit et accessible à tous.

L'auteur conserve néanmoins ses droits de propriété intellectuelle, dont son droit d'auteur, sur cette œuvre. Il est donc interdit de reproduire ou de publier en totalité ou en partie ce document sans l'autorisation de l'auteur.

CE MÉMOIRE A ÉTÉ RÉALISÉ  
À L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN  
ABITIBI-TÉMISCAMINGUE  
DANS LE CADRE DU PROGRAMME DE  
MAÎTRISE EN INGÉNIERIE  
DE L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
EXTENSIONNÉ À L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN  
ABITIBI-TÉMISCAMINGUE

## AVANT-PROPOS

Ce mémoire de recherche a été réalisé dans le cadre de la maîtrise en ingénierie. Le sujet de recherche a été proposé et supervisé par mon directeur de recherche, Dr Fouad Erchiqui, professeur-chercheur au département des sciences appliquées de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue à qui j'exprime ma sincère et profonde reconnaissance. Le Dr Erchiqui qui, par son intérêt, sa disponibilité, ses conseils scientifiques et son appui moral, a su créer une ambiance très favorable à la réalisation de cette recherche. Je souhaite lui exprimer ici ma sincère et profonde reconnaissance. Aussi, j'exprime ma sincère reconnaissance à mon codirecteur Hassan Ezzaidi, de l'Université du Québec à Chicoutimi, pour les encouragements constants et les suggestions éclairées qu'il m'a apportés.

Je remercie également tous ceux qui, par la qualité de leur enseignement, ont contribué à la réalisation de ce travail de maîtrise en ingénierie.

Mes remerciements vont aux membres de ma famille, pour leur patience, leur soutien et leurs encouragements tout au long de cette période. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma plus profonde gratitude et de toute ma reconnaissance.

## RÉSUMÉ

Dans ce travail, nous nous intéressons au problème de l'identification du comportement structural d'une membrane thermoplastique en Acrylonitrile Butadiène Styène (ABS), en soufflage libre. Le modèle de comportement viscoélastique de Lodge est considéré. Pour l'identification des paramètres associés au modèle de comportement, on a utilisé une approche hybride qui combine, d'une part, des données expérimentales et les résultats de la simulation, et d'autre part, un algorithme des réseaux de neurones (algorithme de rétro propagation de l'erreur). Les résultats obtenus montrent que cette approche est bien adaptée au modèle de Lodge.

**Mots-clés** : caractérisation, viscoélastique, thermoplastique, réseaux de neurones, différences finies, ABS.

## ABSTRACT

In this work, we are interested in the characterization of circular thermoplastic membranes, ABS (Acrylonitrile Butadiene Styrene) thermoforming grade, under biaxial deformation using the bubble inflation technique. The viscoelastic behaviour of the Lodge model is considered. First, the governing equations of the inflation of a flat circular membrane are solved using a finite difference method with deferred corrections and, thereafter, a neuronal algorithm (ANN model) is employed to determine the materials constants. The validation is performed by comparing the obtained results with the experimental measured data for the polymeric material ABS membrane inflation. The results show that this approach has a good fit with the Lodge.

**Keywords:** experimental characterization, viscoelastic, thermoplastic, neural network, finite differences, ABS.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>AVANT-PROPOS.....</b>	<b>III</b>
<b>RÉSUMÉ .....</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>V</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES.....</b>	<b>VI</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>XI</b>
<b>LISTE DES SYMBOLES.....</b>	<b>XII</b>
<b>CHAPITRE 1 .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
1.1 Généralités .....	1
1.2 Objectifs.....	5
1.3 Méthodologie et contenu du mémoire .....	7
<b>CHAPITRE 2 .....</b>	<b>9</b>
<b>MODÉLISATION MATHÉMATIQUE.....</b>	<b>9</b>
2.1 Description et formulation mathématique .....	9
2.2 Équations d'équilibre.....	13
2.3 Conditions aux limites .....	18
2.4 Modèle de comportement .....	20
2.5 Variables physiques et géométriques adimensionnelles .....	26
2.6 Résolution numérique .....	27

<b>CHAPITRE 3 .....</b>	<b>28</b>
<b>ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PROCÉDÉ DE SOUFFLAGE BIAXIAL.....</b>	<b>28</b>
3.1 Généralités .....	28
3.2 Description du procédé .....	29
3.2.1 <i>Module de soufflage</i> .....	30
3.2.2 <i>Chambre environnementale</i> .....	32
3.3 Mesures expérimentales.....	33
3.3.1 <i>Températures</i> .....	33
3.3.2 <i>Débits</i> .....	33
3.3.3 <i>Pressions</i> .....	34
3.3.4 <i>Déplacements</i> .....	34
3.4 Système d'acquisition .....	35
3.5 Déroulement de l'expérience .....	36
3.6 Mesures et résultats expérimentaux .....	36
<b>CHAPITRE 4 .....</b>	<b>41</b>
<b>RÉSEAUX DE NEURONES ET APPLICATION EN IDENTIFICATION STRUCTURALE DES THERMOPLASTIQUES.....</b>	<b>41</b>
4.1 Rappel sommaire des réseaux de neurones.....	41
4.1.1 <i>Caractérisation des réseaux de neurones</i> .....	42
4.1.2 <i>Apprentissage supervisé et fonction d'activation</i> .....	43
4.1.3 <i>Architecture du Réseau</i> .....	44
4.1.4 <i>Implantation de l'algorithme de rétro-propagation</i> .....	46
4.2 Identification viscoélastique d'une membrane par application des RNA ..	48
4.2.1 <i>Application de l'Algorithme de rétro-propagation</i> .....	49
4.2.2 <i>Résultats d'identification bi-axiale pour l'ABS</i> .....	52
<b>CHAPITRE 5 .....</b>	<b>56</b>



<b>CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS.....</b>	<b>56</b>
5.1 Conclusion .....	56
5.2 Travaux futurs.....	57
5.3 Recommandation .....	58
<b>RÉFÉRENCES.....</b>	<b>59</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>66</b>
<b>ANNEXE I : Expression des contraintes en soufflage biaxial .....</b>	<b>67</b>
<b>ANNEXE II : Description des composantes du four .....</b>	<b>70</b>
A.II.1 Le filtre régulateur.....	70
A.II.2 Les valves de contrôle du débit d'air.....	70
A.II.3 Le régulateur de pression .....	71
A.II.4 Le débitmètre.....	72
A.II.5 Les capteurs de pression.....	73
A.II.6 Le Capteur LASER .....	74
A.II.7 La sonde de température et le transmetteur.....	74
A.II.8 La carte d'acquisition de données et la boîte de jonction.....	75
A.II.9 Le four à convection.....	77
A.II.10 Le diffuseur .....	77
<b>ANNEXE III : Données d'apprentissage.....</b>	<b>78</b>
A.III.1 Vecteurs pressions (entrées dans le réseau de neurones, couche d'entrée) 78	
A.III.2 Vecteurs des paramètres mécaniques-normalisés (couche de sortie) .....	93
<b>ANNEXE IV : Validation de l'apprentissage.....</b>	<b>97</b>
<b>ANNEXE V : VECTEUR DES PRESSIONS MESUREES (NORMALISES)..</b>	<b>97</b>

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure.2.1</b> : Soufflage d'une membrane axisymétrique .....	10
<b>Figure 3.1</b> : Description du procédé de soufflage .....	30
<b>Figure 3.2</b> : Composantes du bloc de soufflage .....	32
<b>Figure 3.3</b> : Courbe expérimentale de la pression en fonction du temps .....	33
<b>Figure 3.4</b> : Courbe expérimentale de la pression en fonction de la hauteur au pôle.....	38
<b>Figure 3.5</b> : Courbe expérimentale moyenne de la hauteur de la bulle en fonction de temps.....	39
<b>Figure 3.6</b> : La bulle soufflée.....	40
<b>Figure 4.1</b> : Graphique des fonctions d'activation $\varphi$ et sa dérivée $\varphi'$ .....	44
<b>Figure 4.2</b> : Schéma d'un perceptron à multicouches (Edwin et al, 1996) .....	46
<b>Figure 4.3</b> : Résultats de simulation numérique.....	49
<b>Figure 4.4</b> : Algorithme utilisé pour le problème d'identification.....	51
<b>Figure 4.5</b> : Résultats de l'identification pour l'ABS : pression vs le temps .....	54
<b>Figure 4.6</b> : Résultats de l'identification pour l'ABS : pression vs la hauteur .....	55
<b>Figure A.II.1</b> : filtre régulateur .....	70
<b>Figure A.II.2</b> : Les valves de contrôle du débit d'air.....	71
<b>Figure A.II.3</b> : Le régulateur de pression .....	72
<b>Figure A.II.4</b> : Le débitmètre.....	73
<b>Figure A.II.5</b> : Le capteur de pression utilisé dans l'expérimentation.....	73
<b>Figure A.II.6</b> : Le capteur LASER de déplacement .....	74
<b>Figure A.II.7</b> : Circuit de la sonde et du transmetteur .....	75
<b>Figure A.II.8</b> : Lien Instruments – Boite de jonction – ordinateur .....	76

<b>Figure A.II.9</b> : Boîte de jonction .....	76
<b>Figure A.II.10</b> : Vue de l'intérieur du four .....	77

**LISTE DES TABLEAUX**

<b>TABLE 1</b> : RÉSULTATS DE L'EXPÉRIMENTATION POUR L'ABS 145 °C.....	53
--	----

## LISTE DES SYMBOLES

<b>Symbole</b>	<b>Grandeur</b>	<b>Unité</b>
$Z$	Hauteur au pôle de la membrane déformée	m
$R$	Position d'un point sur la membrane non déformée	m
$\theta$	Angle	rad
$P$	Pression de soufflage de la bulle	Pa
$\lambda_1$	Extension méridienne	m/m
$\lambda_2$	Extension circonférentielle	m/m
$\lambda_3$	Extension normale	m/m
$\rho_1$	Rayon de courbure dans la direction longitudinale	$m^{-1}$
$\rho_2$	Rayon de courbure dans la direction circonférentielle	$m^{-1}$
$T_1$	Force par unité de longueur agissante dans la direction méridienne	T/m
$T_2$	Force par unité de longueur agissante dans la direction circonférentielle	T/m
$g_B$	Constante matérielle	Pa
$\tau_B$	Constante matérielle	second

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### 1.1 Généralités

Dans le contexte de la mondialisation des marchés, qui impose de nouvelles normes de concurrence, la réduction des coûts de fabrication passe par l'innovation technologique. Dans le domaine de la mise en forme des matériaux, l'industrie doit tout mettre en œuvre pour fabriquer des produits de meilleure qualité au plus bas prix possible et dans les plus courts laps de temps afin d'être et de demeurer concurrentielle. Dans le cas de la plasturgie, les pièces fabriquées à partir des matières thermoplastiques se sont progressivement substituées aux métaux et aux verres grâce à leurs divers avantages autant au niveau de leurs propriétés mécaniques (rigidité, légèreté, étanchéité, résistance à la corrosion, entre autres) qu'au niveau des avantages économique (rapport qualité / prix) qu'ils procurent.

Les matériaux thermoplastiques constituent une importante classe de matériaux synthétiques, dérivés de polymères linéaires ou légèrement ramifiés. Ils se caractérisent par leur aptitude à conserver leur plasticité à chaud et leur rigidité à froid. Toutefois, on constate que l'un des problèmes que rencontre l'industrie de plasturgie réside dans le recours à un nombre élevé d'essais avant d'entamer une production de masse. Ceci

occasionne des opérations coûteuses. Il en est de même lors de l'élaboration de nouveaux produits ou encore lorsqu'il s'agit d'améliorer les procédés déjà existants. Dans ces conditions, la simulation numérique devient une alternative justifiable pour analyser et améliorer ces procédés de fabrication. Toutefois, la modélisation et la simulation de la mise en forme des thermoplastiques nécessitent une bonne connaissance du comportement des matériaux utilisés (opaques, semi-transparents, amorphe, etc.). Ces matériaux sont en général chauffés à une température comprise entre celle de transition vitreuse et celle de fusion pour être ensuite mis en forme. Cependant, dans les procédés de thermoformage et particulièrement dans le moulage par soufflage, la déformation rencontrée lors de la mise en forme est souvent bi-axiale. En conséquence, les modèles de comportement utilisés pour la modélisation mathématique et la simulation de ces procédés doivent, *a priori*, tenir compte de ce type de mode de déformation.

Du point de vue expérimental, on constate dans la littérature l'existence de plusieurs types d'essais pour caractériser les déformations des membranes thermoplastiques en fonction de la pression, la température et le temps. Dans le cas unidimensionnel (Treolar, 1944), on trouve, à titre d'exemple, les essais classiques d'extension simple, de compression uniaxiale et de cisaillement simple. Dans le cas bidimensionnel, les trois principaux tests utilisés sont:

- Essai d'extension équi-biaxiale d'une membrane rectangulaire (Meissner et al, 1981) : il s'agit d'un test qui consiste à étirer une membrane thermoplastique dans deux directions du plan XY de la membrane, en laissant la troisième direction libre.

- Essai de soufflage biaxial d'une membrane axisymétrique (Treolar, 1944), (Rivlin, 1951), (Joye et al, 1973), (Verron et al, 2001), (Derdouri et al, 2000), (Erchiqui et al, 2001) : il s'agit d'un test de soufflage d'une membrane circulaire initialement plane à l'aide d'une charge en débit d'air.
- Essai d'extension et soufflage simultanés d'un cylindre creux axisymétrique (Alexander, 1971), (Benjeddou et al, 1993) : il s'agit d'un test simultané en extension, à l'aide de forces d'étirement, et en soufflage, à l'aide de l'air, d'un cylindre creux.

Pour ces essais, le problème d'identification hyperélastique et viscoélastique du comportement structural des thermoplastiques (incluant les élastomères) est abordé. Généralement, la stratégie utilisée, par les auteurs, pour l'identification consiste, dans un premier temps, à la résolution des équations d'équilibres qui gouvernent la membrane à l'aide d'une méthode numérique appropriée, en grandes déformations. Ensuite, un algorithme de type moindre carré (Levenberg-Marquardt) (Levenberg, 1944), (Marquardt, 1963) est utilisé pour minimiser la différence entre la pression mesurée et la pression calculée. Parmi les techniques numériques utilisées pour la résolution des équations d'équilibres, on trouve deux approches : la méthode des éléments finis (Erchiqui et al, 2005) et la méthode des différences finies (Feng, 1992), (Verron et al, 1997), (Erchiqui et al, 2001).

Dans le cas de caractérisation expérimentale et numérique en soufflage biaxial du comportement structural, plusieurs travaux sont consacrés aux problèmes quasi-statiques



(Verron et *al*, 1997), (Erchiqui et *al*, 2001), (Derdouri, 2000), (Erchiqui 1998). À titre d'exemple, pour le problème de soufflage de membranes, initialement planes et circulaires, on peut citer les travaux de Verron (Verron et *al*, 1997), (Charlton et *al*, 1994), dans le cas des matériaux hyperélastiques, de type Mooney-Rivlin (Rivlin, 1951) et Ogden (Ogden, 1972), et de Erchiqui (Erchiqui et *al*, 2001), dans le cas des matériaux viscoélastiques de type Lodge (Lodge, 1964) et de Christensen (Christensen, 1980). L'identification des paramètres de ces matériaux, selon ces auteurs, se fait en deux étapes : la première consiste à résoudre, en régime quasi-statique, un système d'équations différentielles non linéaires du premier ordre décrivant l'équilibre de la membrane. La résolution de ce système fournit la valeur de la pression compatible avec les déformations mesurées. Ensuite, on construit point par point la courbe de la pression calculée en fonction des déformations mesurées. La deuxième étape consiste à optimiser l'erreur, au sens des moindres carrés, entre les pressions calculées et mesurées. Dans le cas de problèmes dynamiques, Erchiqui a adapté cette approche pour déterminer les paramètres mécaniques des matériaux thermoplastiques de type ABS (Acrylonitrile Butadiène Styène) et HIPS (High Impact Polystyrene) (Erchiqui et *al*, 2005).

Toutefois, on constate cette dernière décennie, un intérêt grandissant pour l'utilisation d'algorithmes de réseaux de neurones dans des problèmes qui relèvent des sciences appliquées et de l'ingénieur (Haykin, 1998), (Mackay, 1992). L'intérêt porté à ces réseaux neuronaux réside dans leurs capacités de généralisation et de leur faisabilité d'implantation (Graf et *al*, 1988), (Mead, 1989), (Murray, 1989). *A priori*, ces algorithmes peuvent être

appliqués aux problèmes de classification, de regroupement, de prévision, d'identification, d'optimisation combinatoire et de contrôle de procédés (Kohonen, 1988).

Il existe plusieurs types de réseaux. À titre d'exemple, on trouve : les réseaux à une seule couche cachée (Sanger, 1989), les réseaux multicouches (Rumelhart 1986) et les réseaux récurrents (Boné et *al*, 2005). Ces réseaux se distinguent les uns des autres par le nombre de couches et leurs structures.

Dans le cas d'identification en mécanique structurale des thermoplastiques (en grandes déformations), (Erchiqui et Kandil, 2004) ont utilisé une approche hybride qui utilise la modélisation numérique, l'expérimental et un algorithme des réseaux de neurones, de type rétro-propagation, pour déterminer les paramètres hyperélastiques des membranes thermoplastiques. À cet effet, ils ont considéré le modèle de comportement de Mooney-Rivlin.

## **1.2 Objectifs**

L'objectif de ce travail est l'identification des paramètres viscoélastiques d'une membrane thermoplastique en ABS (Acrylonitrile Butadiène Styrène). À cet effet, nous considérons le modèle de comportement de Lodge (Lodge, 1964). Pour l'aspect expérimental, nous utilisons la technique de soufflage de membranes (Feng, 1992). Pour l'identification des paramètres de Lodge, on considère une approche hybride qui combine des données expérimentales, des résultats de simulations et la technique des réseaux de neurones

Dans ce mémoire, le problème d'identification viscoélastique du comportement structural d'une membrane thermoplastique de type ABS est considéré. Pour cela, un essai de soufflage biaxial, au dessus de la température de transition vitreuse, est utilisé. Pour la modélisation de soufflage libre, le modèle de comportement viscoélastique de Lodge est utilisé. Le matériau constituant la membrane, d'épaisseur supposée constante, est considéré incompressible. Les données issues de la simulation numérique sont utilisées pour la phase d'apprentissage des réseaux de neurones. Ensuite, une fois que l'apprentissage est bien assimilé, on exploite des données issues de l'expérimentation pour l'identification viscoélastique. Les variables choisies comme entrées du réseau sont les valeurs des hauteurs mesurées et les paramètres mécaniques de Lodge. Le simulateur utilisé dans ce mémoire est le Logiciel *ThermoForm* (Erchiqui, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue-Québec), pour les problèmes dynamiques et quasi-statiques en soufflage libre ou confiné de membranes thermoplastiques et élastométriques. Dans ce travail, seule l'approche quasi-statique de *ThermoForm* est utilisée. La solution numérique fournie par *ThermoForm* est obtenue par la résolution du système des équations différentielles non linéaires de premier ordre qui gouvernent l'équilibre de la membrane ABS circulaire et axisymétrique.

En ce qui concerne l'utilisation des réseaux de neurones, il est opportun de souligner l'existence de plusieurs types d'architecture (Haykin, 1998). Ce qui nous intéresse, dans ce mémoire, ce sont les réseaux de neurones multicouches avec apprentissage supervisé (Haykin, 1998).

### 1.3 Méthodologie et contenu du mémoire

La méthodologie utilisée pour l'identification des paramètres viscoélastiques de Lodge associés au comportement de la membrane thermoplastique en ABS se compose des étapes suivantes:

- i) Établir les équations différentielles qui régissent l'équilibre d'une membrane viscoélastique de Lodge en régime quasi-statique;
- ii) Utiliser le code 'ThermoForm', qui utilise la méthode des différences finies à pas variables et à correction différées, pour trouver la solution du système d'équations différentielles;
- iii) Établir expérimentalement, via le soufflage libre d'une membrane thermoplastique, la relation entre la pression, la hauteur et le temps mesurés;
- iv) Utiliser les réseaux de neurones pour l'apprentissage des solutions fournies par le code 'ThermoForm'
- v) Vérifier la qualité de l'apprentissage des réseaux de neurones ;
- vi) Dédire, *via* les réseaux des neurones, les paramètres mécaniques de la membrane thermoplastique.

Le contenu de ce mémoire est le suivant :

Dans le chapitre 2, nous présenterons les équations d'équilibre qui gouvernent le soufflage libre d'une membrane thermoplastique et les hypothèses qui sont adoptées pour la résolution. La membrane est supposée être mince, circulaire et, initialement plane. Le modèle de comportement viscoélastique de Lodge sera énoncé et introduit dans la formulation théorique, dans le cas d'un problème axisymétrique. De plus, on décrit, sommairement, l'approche utilisée pour la résolution des équations différentielles, non linéaires, qui en résultent.

Dans le chapitre 3, nous présenterons une description du montage expérimental et de ses composantes, qui ont servi à l'acquisition des données nécessaires à l'identification des paramètres du matériau (température, pression, hauteurs au pôle de la membrane, temps) au Laboratoire de plasturgie de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue. Le choix de la membrane thermoplastique ainsi que les conditions expérimentales seront abordés. On fournira également les résultats expérimentaux obtenus pour une série de tests de soufflage des membranes thermoplastiques en ABS utilisées.

Dans le chapitre 4, nous passerons en revue les réseaux de neurones, les différentes architectures de ces réseaux, ainsi que leurs applications en ingénierie. Ensuite, on applique une approche hybride (modélisation, expérimentation) et un algorithme de réseaux de neurones de type 'retro-propagation') pour l'identification des paramètres de Lodge du matériau ABS.

## CHAPITRE 2

### MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Dans cette partie, nous allons formuler mathématiquement le soufflage libre et axisymétrique d'une membrane. Contrairement aux modèles structuraux utilisés dans la littérature pour décrire le comportement de membranes thermoplastiques, nous considérons un modèle fluide de type Lodge (Lodge, 1964). À cet effet, l'approche mathématique utilisée par Feng (Feng, 1992) pour la description de soufflage libre axisymétrique de membrane sera considérée dans ce travail. Le système d'équations différentielles qui en résulte, et qui régit l'équilibre de la membrane viscoélastique, est résolu par la méthode des différences finies à pas variables et à corrections différées (Dennis *et al*, 1983).

#### 2.1 Description et formulation mathématique

Considérons une feuille polymérique mince et incompressible. Dans son état initial non déformé, la membrane est supposée être plane, circulaire, de rayon  $R_0$  et d'épaisseur constant  $h_0$ . Pour la description géométrique de cet état non déformé, nous considérons un système de coordonnées polaire  $(R, \Phi, 0)$ , coordonnées polaires dans le plan  $z=0$ .

Supposons que la membrane se gonfle d'une manière quasi-statique, sous l'effet d'une pression intérieure  $P$  (charge normale et uniformément répartie à l'intérieur de la calotte polymérique). Dans la configuration déformée, nous considérons un système de coordonnées cylindriques, représentées par les coordonnées  $(r(R), \phi(R), z(R))$  en fonction d'un point  $R$ , appartenant à la configuration non déformée (voir figure 2.1). L'épaisseur de la membrane polymérique est désignée par  $h(r)$ , qui est fonction de ' $r$ '. Aussi, nous supposons que la membrane est fixée sur son contour,  $R=R_0$ .

Considérons un petit élément (ABCD) de la membrane dans sa configuration non déformée. Dans la configuration déformée, l'élément de membrane, sous l'effet de la pression, devient (abcd). On définit alors les extensions méridienne, circonférentielle et normale  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  par les formules suivantes :

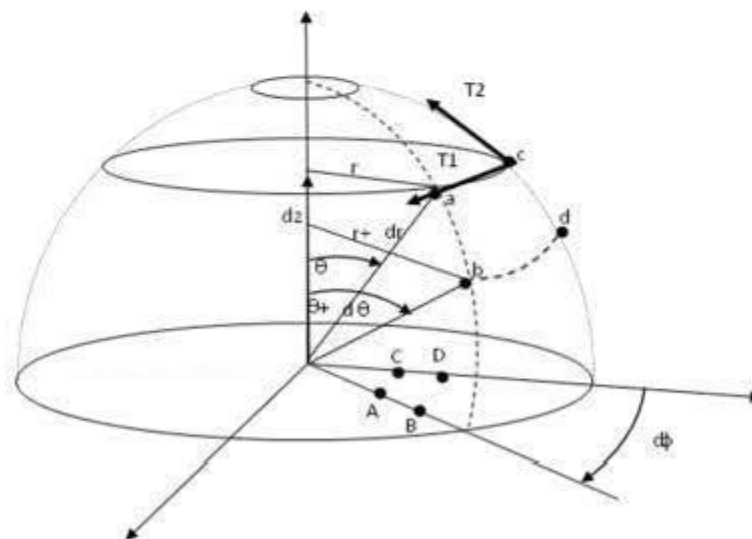


Figure.2.1 : Soufflage d'une membrane axisymétrique.

$$\lambda_1 = \frac{Arc(ab)}{Arc(AB)} \quad (2.1)$$

$$\lambda_2 = \frac{Arc(ac)}{Arc(AC)} \quad (2.2)$$

$$\lambda_3 = \frac{h}{h_0} \quad (2.3)$$

où  $h=h(r)$  désigne l'épaisseur de la membrane, au point  $r$ , dans la configuration déformée. Les trois extensions sont liées entre elles par l'hypothèse d'incompressibilité matérielle (que nous adoptons dans ce mémoire) telle que :

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (2.4)$$

Les expressions des arcs (AB), (AC), (ab) et (ac) qui apparaissent dans les équations (2.1)-(2.2) sont données par les formules approximatives suivantes (voir Fig. 2.1) :

$$Arc(ab) = \|\overline{ab}\| = \sqrt{dr^2 + dz^2} \quad (2.5)$$

$$Arc(AB) = \|\overline{AB}\| = dR \quad (2.6)$$

$$Arc(ac) = rd\phi \quad (2.7)$$

$$Arc(AC) = Rd\phi \quad (2.8)$$



Par l'utilisation des formules (2.5)-(2.8) dans (2.1)-(2.2), nous obtenons pour les extensions  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  les expressions:

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{dr^2 + dz^2}}{dR} \quad (2.9)$$

et

$$\lambda_2 = \frac{r}{R} \quad (2.10)$$

les rayons de courbures, dans les directions méridienne ( $\rho_1$ ) et circonférentielle ( $\rho_2$ ), sont respectivement donnés par:

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{d\theta}{\sqrt{dr^2 + dz^2}} \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\sin \theta}{r} \quad (2.12)$$

On peut relier les rayons de courbure dans les directions méridienne et circonférentielle aux extensions dans les mêmes directions en utilisant les formules (2.9) et (2.10) :

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{\lambda_1} \frac{d\theta}{dR} \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\sin \theta}{R\lambda_2} \quad (2.14)$$

Dans ce qui suit, nous allons relier les expressions des déformations définies ci-dessus aux expressions des contraintes tangentielles au moyen des équations d'équilibre de Newton.

## 2.2 Équations d'équilibre

Pour écrire les équations d'équilibre qui régissent l'élément de membrane déformé (abcd), défini à la Fig. 2.1, nous considérons les hypothèses d'un état de contrainte plan, un moment fléchissant nul et une température de soufflage constante.

Les équations d'équilibre en termes de contraintes tangentielles  $T_1$ , dans la direction méridienne, et  $T_2$ , dans la direction circonférentielle, sont données par (Joye, 1973):

$$\frac{T_1}{\rho_1} + \frac{T_2}{\rho_2} = P \quad (2.15)$$

et

$$\frac{dT_1}{dr} = \frac{1}{r}(T_2 - T_1) \quad (2.16)$$

L'équation (2.15) peut être écrite autrement par l'utilisation des équations (2.13) et (2.14), associées aux rayons de courbures  $\rho_1$  et  $\rho_2$  :

$$\frac{T_1}{\lambda_1} \frac{d\theta}{dR} + \frac{T_2 \sin \theta}{R\lambda_2} = P \quad (2.17)$$

En réarrangeant les termes de (2.17), on a:

$$\frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left( P - \frac{T_2 \sin \theta}{R\lambda_2} \right) \quad (2.18)$$

Puisque les variables  $r$ ,  $R$  et  $\lambda_2$  sont reliées par :

$$r = R\lambda_2(R) \quad (2.19)$$

c'est-à-dire :

$$dr = \left( \frac{d\lambda_2}{dR} R + \lambda_2 \right) dR \quad (2.20)$$

L'équation (2.16) peut alors être réécrite en y substituant (2.19) et (2.20) :

$$\frac{dT_1}{dR} = \left( \left( R \frac{d\lambda_2}{dR} + \lambda_2 \right) / R\lambda_2(R) \right) (T_2 - T_1) \quad (2.21)$$

Pour compléter la mise en équation du problème de soufflage de la membrane, il faut ajouter deux relations géométriques supplémentaires afin de lier les variables surabondantes. La première équation peut être déduite de la relation :

$$\cos \theta = \frac{dr}{\sqrt{dr^2 + dz^2}} \quad (2.22)$$

qui, par utilisation de (2.9), devient :

$$\cos \theta = \frac{1}{\lambda_1} \frac{dr}{dR} \quad (2.23)$$

ou encore, par substitution de (2.19) dans (2.23):

$$\cos \theta = \frac{1}{\lambda_1} \frac{d}{dR} (R\lambda_2(R)) = \frac{1}{\lambda_1} \left( \lambda_2 + R \frac{d\lambda_2}{dR} \right) \quad (2.24)$$

On déduit alors de (2.24) :

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \quad (2.25)$$

La deuxième équation géométrique peut être déduite de la relation :

$$dz = -Arc(ab) \sin \theta \quad (2.26)$$

Puisque :

$$Arc(ab) = \sqrt{dr^2 + dz^2} = \lambda_1 dR \quad (2.27)$$

Il vient alors, par substitution de (2.27) dans (2.26) :

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (2.28)$$

Finalement pour compléter le problème de soufflage biaxial, nous supposons que la pression qui règne à l'intérieur de la bulle, et à chaque instant  $t$ , est uniforme. Dans ces conditions on a :

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (2.29)$$

En conclusion, le système d'équations différentielles de premier ordre en  $R$ , associé à l'équilibre quasi-statique d'une membrane axisymétrique initialement plane, est régi par les cinq équations (2.21), (2.25), (2.18), (2.28) et (2.29) que nous réécrivons :

$$\frac{dT_1}{dR} = \frac{R\lambda_2' + \lambda_2}{R\lambda_2} (T_2 - T_1) \quad (2.30)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2}{R} \quad (2.31)$$

$$\frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left( P - \frac{T_2}{\lambda_2 R} \sin \theta \right) \quad (2.32)$$

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (2.33)$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (2.34)$$

$\lambda'_2$  représente la dérivée de  $\lambda_2$  par rapport à la variable  $R$ . En récapitulant,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  représentent respectivement les extensions méridienne et circonférentielle.  $R$  et  $r$  représentent respectivement les positions d'un même point dans les deux configurations non déformée et déformée.  $\theta$  est l'angle entre l'axe vertical et la normale à la membrane déformée.  $T_1$  et  $T_2$  sont respectivement les contraintes méridiennes et circonférentielle intégrées dans le sens de la feuille. Ces contraintes tangentielles,  $T_1$  et  $T_2$ , sont reliées aux contraintes principales  $\rho_1$  et  $\rho_2$  par :

$$T_1 = h\sigma_1 = \lambda_3 h_0 \sigma_1 \quad (2.35)$$

$$T_2 = h\sigma_2 = \lambda_3 h_0 \sigma_2 \quad (2.36)$$

$h$  et  $h_0$  représentent respectivement, à l'instant  $t$  et en un point donné de la membrane, les épaisseurs locaux dans les configurations déformées et non déformées de la membrane. Dans le cas de matériau incompressible, l'extension principale  $\lambda_3$  est reliée aux extensions  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  par :

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (2.37)$$

### 2.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites associées au problème de soufflage de la membrane sont :

- Au pôle, l'état des déformations est équi-biaxial

$$\begin{cases} \theta|_{R=0} = 0 \\ \lambda_1|_{R=0} = \lambda_2|_{R=0} \end{cases} \quad (2.38)$$

- Sur le contour, la membrane est bloquée :

$$\begin{cases} \lambda_2|_{R=R_0} = 1 \\ z|_{R=R_0} = 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

- Pour la hauteur de la bulle on a au pôle :

$$z|_{R=0} = z^{\text{exp}} \quad (2.40)$$

Du point de vue expérimental, on peut utiliser l'une ou l'autre des deux conditions suivantes pour compléter le problème de gonflement de la membrane :

- La pression à l'intérieur de la calotte sphérique est imposée :

$$\begin{cases} P|_{R=0} = P^{\text{exp}} \\ P|_{R=R_0} = P^{\text{exp}} \end{cases} \quad (2.41)$$

$P^{\text{exp}}$  représente la valeur de la pression imposée ou mesurée expérimentalement. Ces deux conditions sont équivalentes si on suppose que la pression à l'intérieur de la calotte sphérique est uniforme.

- La déformation géométrique est imposée :

$$\begin{cases} \lambda_1|_{R=0} = \lambda_2|_{R=0} = \lambda^{\text{exp}} \\ z|_{R=0} = z^{\text{exp}} \end{cases} \quad (2.42)$$

$\lambda^{\text{exp}}$  et  $z^{\text{exp}}$  sont, respectivement, les valeurs imposées ou mesurées expérimentalement de l'extension circonférentielle (ou de l'extension méridienne) et de la hauteur au pôle de la membrane.

Dans ce travail, nous ne considérons que la deuxième condition à la limite (2.42). Toutefois, les valeurs mesurées de la pression, équation (2.41), seront utilisées pour l'optimisation.

Ainsi, avec les cinq équations différentielles (2.30)-(2.34) et les cinq conditions aux limites exposées ci-dessus, le problème de soufflage biaxial d'une membrane initialement circulaire est alors bien défini.



## 2.4 Modèle de comportement

Pour la modélisation et la simulation de la phase de soufflage de la membrane polymérique nous considérons les hypothèses des contraintes planes et de l'incompressibilité du matériau thermoplastique. Il s'ensuit que les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy,  $\sigma$ , ont les propriétés suivantes:

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0 \quad (2.43)$$

Pour les modèles intégrales viscoélastiques, on doit considérer l'histoire de la déformation qu'a subie le matériau thermoplastique afin de déterminer le champ des contraintes au temps présent. Dans ces modèles, en général, le tenseur des contraintes de Cauchy  $\sigma$  est relié à l'historique du tenseur gradient des déformations  $\mathbf{F}$ . Parmi ces modèles, on trouve le modèle de Lodge (Lodge, 1964). Généralement ce modèle est utilisé pour décrire le comportement fluide des thermoplastiques. Toutefois, des travaux récents montrent que le modèle de Lodge s'adapte bien aux matériaux thermoplastiques semi-solides (Erchiqui et *al*, 2001). Dans ce modèle, le tenseur des contraintes de Cauchy, au temps  $t$ , est relié à l'histoire du tenseur des déformations de Finger  $\mathbf{B}$  par:

$$\sigma(t) = -p(t)\mathbf{I} + \int_{-\infty}^t \sum_k \frac{g_k}{\tau_k} e^{-(t-\tau)/\tau_k} \mathbf{B}(\tau, t) d\tau \quad (2.44)$$

$p$  peut être interprétée comme une pression hydrostatique interdisant les variations de volume.  $\mathbf{I}$  est la matrice identité. Les paramètres matériels  $g_k$  et  $\tau_k$  sont respectivement des

modules de rigidité et des temps de relaxation associés au matériau viscoélastique de Lodge. La dépendance de ce modèle avec la température peut être modélisée par la loi WLF (Ferry, 1980).

Dans le cadre des hypothèses d'un état plan de contraintes ( $\sigma_{33}=0$ ) et d'un matériau incompressible, nous déduisons de (2.44) l'expression suivante pour la pression hydrostatique:

$$p(t) = \int_{-\infty}^t \sum_k \frac{g_k}{\tau_k} e^{-(t-\tau)/\tau_k} \lambda_3^{-2}(\tau, t) d\tau \quad (2.45)$$

où  $\lambda_3$  représente l'extension principale à travers l'épaisseur de la membrane. En substituant l'équation (2.45) dans (2.44), le tenseur des contraintes réelles devient :

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \int_{-\infty}^t m(\tau, t) [\mathbf{B}(\tau, t) - \lambda_3^{-2}(\tau, t) \mathbf{I}] d\tau \quad (2.46)$$

où  $m(\tau, t) = \sum_k \frac{g_k}{\tau_k} e^{-(t-\tau)/\tau_k}$  est la fonction mémoire du matériau de Lodge.

Le problème d'intégration dans le temps entre l'instant  $t=0$  et l'instant  $t$  peut être contourné par utilisation de l'approche de récurrence proposée par Feng (Feng, 1992).

Afin de considérer les variables cinématiques  $\lambda_1, \lambda_2, \theta, z$  et la variable  $P$  dans les équations qui régissent l'équilibre de la membrane viscoélastique, on va réécrire l'équation (2.46) en fonction des déformations  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  au lieu des contraintes tangentielles  $T_1$  et  $T_2$ . Pour cela, introduisons la définition de convolution entre la fonction mémoire du matériau de Lodge et ses déformations:

$$m * \lambda_\alpha^\beta \equiv \int_{-\infty}^t m(t-\tau) \cdot \lambda_\alpha^\beta(\tau, t) d\tau, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad \text{et} \quad \beta : \text{entier} \quad (2.47)$$

Et désignons par  $g_B$  et  $\tau_B$ , pour un chargement donné en débit d'air, le module de rigidité et le temps de relaxation associés au soufflage biaxial de la membrane viscoélastique.

Dans ces conditions, par l'utilisation de la définition (2.47), les contraintes principales associées à l'équation (2.46) sont données par les formules suivantes:

$$\sigma_1(t) = \lambda_1^2(t) \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \lambda_3^2(t) \cdot \{m * \lambda_3^{-2}\} \quad (2.48)$$

$$\sigma_2(t) = \lambda_2^2(t) \cdot \{m * \lambda_2^{-2}\} - \lambda_3^2(t) \cdot \{m * \lambda_3^{-2}\} \quad (2.49)$$

Or, selon la propriété d'incompressibilité du matériau, l'extension principale  $\lambda_3$  est équivalente à  $1/(\lambda_1\lambda_2)$ . Les expressions (2.48) et (2.49) deviennent ainsi :

$$\sigma_1(t) = \lambda_1^2(t) \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \frac{1}{\lambda_1^2(t) \lambda_2^2(t)} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (2.50)$$

$$\sigma_2(t) = \lambda_2^2(t) \cdot \{m * \lambda_2^{-2}\} - \frac{1}{\lambda_1^2(t) \lambda_2^2(t)} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (2.51)$$

Pour obtenir les expressions des contraintes tangentielles,  $T_1$  et  $T_2$ , il suffit alors de substituer les expressions des contraintes principales, données par les formules (2.50)-(2.51), dans les équations (2.35)-(2.36) :

$$\frac{T_1(t)}{h_0} = \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \frac{1}{\lambda_1^3(t) \lambda_2^3(t)} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (2.52)$$

$$\frac{T_2(t)}{h_0} = \frac{\lambda_2(t)}{\lambda_1(t)} \cdot \{m * \lambda_2^{-2}\} - \frac{1}{\lambda_1^3(t) \lambda_2^3(t)} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (2.53)$$

L'introduction de ces deux expressions dans l'équation (2.30) nous permet d'obtenir la formule suivante (voir Annexe I):

$$\lambda_1' F_1(t) + \lambda_2' F_2(t) + F_3(t) = -F_4(t) \quad (2.54)$$

avec :

$$F_1(t) = \frac{1}{\lambda_2(t)} \cdot (m^* \lambda_1^{-2}) + \frac{3}{\lambda_1^4(t) \lambda_2^3(t)} \cdot [m^* (\lambda_1^2 \lambda_2^2)] \quad (2.55)$$

$$F_2(t) = -\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2^2(t)} \cdot (m^* \lambda_1^{-2}) + \frac{3}{\lambda_1^3(t) \lambda_2^4(t)} \cdot [m^* (\lambda_1^2 \lambda_2^2)] \quad (2.56)$$

$$F_3(t) = 2 \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} \cdot (m^* (\lambda_1^{-3} \lambda_1')) + \frac{2}{\lambda_1^3(t) \lambda_2^3(t)} [m^* (\lambda_1^2 \lambda_2 \lambda_2') + m^* (\lambda_2^2 \lambda_1 \lambda_1')] \quad (2.57)$$

$$F_4(t) = \left( \frac{\lambda_2'(t)}{\lambda_2(t)} + \frac{1}{R} \right) \cdot \left[ \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} \cdot (m^* \lambda_1^{-2}) - \frac{\lambda_2(t)}{\lambda_1(t)} \cdot (m^* \lambda_2^{-2}) \right] \quad (2.58)$$

La notation  $(*)'$  représente une dérivation par rapport à  $R$  de la quantité  $(*)$ . En introduisant l'expression de  $\lambda_2'$ , donnée par (2.31), dans l'équation (2.54) nous obtenons la formule suivante :

$$\frac{d\lambda_1}{dR} = -\frac{1}{F_1} \left[ \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) F_2 + F_3 + F_4 \right] \quad (2.59)$$

Finalement, le problème de soufflage biaxial d'une membrane circulaire de Lodge, initialement plane, est donc gouverné par les cinq équations différentielles non linéaires en  $R$  du premier ordre que voici:

$$\frac{d\lambda_1}{dR} = -\frac{1}{F} \left[ \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) F_2 + F_3 + F_4 \right] \quad (2.60)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \quad (2.61)$$

$$\frac{d\theta}{dR} = -\frac{1}{R} \left( \frac{\lambda_1 T_2}{\lambda_2 T_1} \sin \theta \right) + \frac{\lambda_1 P}{T_1} \quad (2.62)$$

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (2.63)$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (2.64)$$

avec les conditions aux limites aux deux extrémités de l'intervalle  $[0, R]$  :

$$\lambda_1(R = R_0) = \lambda_2(R = R_0) \quad (2.65)$$

$$\lambda_2(R = 0) = 1 \quad (2.66)$$

$$\theta(R = 0) = 0 \quad (2.67)$$

$$z(R = 0) = z^{\text{exp}} \quad (2.68)$$

$$P(R = 0) = P(R = R_0) = P_0 \quad (2.69)$$

## 2.5 Variables physiques et géométriques adimensionnelles

L'ordre des termes des variables physiques et géométriques varie d'une situation expérimentale à une autre. Ceci peut donc engendrer des problèmes numériques au niveau de la résolution. L'un des moyens les plus efficaces pour éviter ces difficultés est d'effectuer une transformation au niveau des grandeurs caractéristiques, soit la pression  $P$ , les distances  $r$ ,  $z$  et  $R$ . Il s'ensuit que les valeurs obtenues après résolution et calcul seront des quantités adimensionnelles telle que:

$$R^* = \frac{R}{R_0} \quad (2.70)$$

$$r^* = \frac{r}{R_0} \quad (2.71)$$

$$z^* = \frac{z}{R_0} \quad (2.72)$$

$$P^* = \frac{PR_0}{h_0} \quad (2.73)$$

En connaissant a priori les paramètres mécaniques de la loi du comportement du matériau, on peut alors résoudre le système d'équations différentielles, ci-dessus, par une technique appropriée.

## 2.6 Résolution numérique

Le système d'équations différentielles, régi par les équations (2.60)-(2.64), est un système du premier ordre, non linéaires en  $R$ , avec des conditions aux limites sur les deux extrémités de l'intervalle  $[0,R]$ , équations (2.65)-(2.69). La résolution de ce système peut se faire par une méthode numérique telle que la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies. Dans ce travail, on a utilisé le code Thermoform pour la résolution de ce problème. À cet effet, le code utilise, d'une part, la technique des différences finies à pas variables avec corrections différées (Dennis et *al.*, 1983) et, d'autre part, l'approche de récurrence de Feng (Feng, 1992). Le maillage considéré est adaptatif. Le code ThermoForm a été validé numériquement et expérimentalement sur plusieurs tests (Erchiqui, 2001).

Soulignons que la valeur calculée de la pression est compatible avec les déformations mesurées. Aussi, il faut noter que, comme pour tout problème fortement non linéaire, le choix du point de départ des valeurs initiales des paramètres mécaniques ou rhéologiques est primordial. Dans notre travail, on a considérés comme valeurs initiales les propriétés fournies dans des références telle que (Verron et *al.*, 2001) pour l'ABS.



## CHAPITRE 3

### ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PROCÉDÉ DE SOUFFLAGE BIAXIAL

#### 3.1 Généralités

Dans cette partie, on s'intéresse au problème de modélisation expérimentale de soufflage libre de membranes minces circulaires sous l'effet de la pression et à un niveau de température au dessus de celle de transition vitreuse du matériau (Erchiqui *et al*, 2001). Les données expérimentales qui en résultent seront utilisées pour l'identification des paramètres associés au modèle de comportement viscoélastique de Lodge, décrit dans le chapitre 2. Le matériau concerné par l'expérimental est l'ABS. Le montage expérimental, les conditions d'opération, la géométrie des membranes en ABS utilisées ainsi que les résultats obtenus lors de l'expérimentation sont présentés ci-dessous.

Les variables mesurées sont :

1. Le déplacement vertical au pôle de la membrane thermoplastique;
2. La pression d'air à l'intérieur de la bulle thermoplastique pendant le soufflage;
3. La température à l'intérieur de la chambre environnementale ;

#### 4. Le temps de soufflage.

Toutes ces mesures sont effectuées pendant une période qui ne dépasse pas quelques secondes. Il est important de souligner que les valeurs des variables mesurées jouent un rôle crucial pour le problème d'identification des paramètres de Lodge. En effet, le système expérimental doit répondre à plusieurs critères techniques, à savoir : précision, rapidité, répétitivité et sécurité des manipulations.

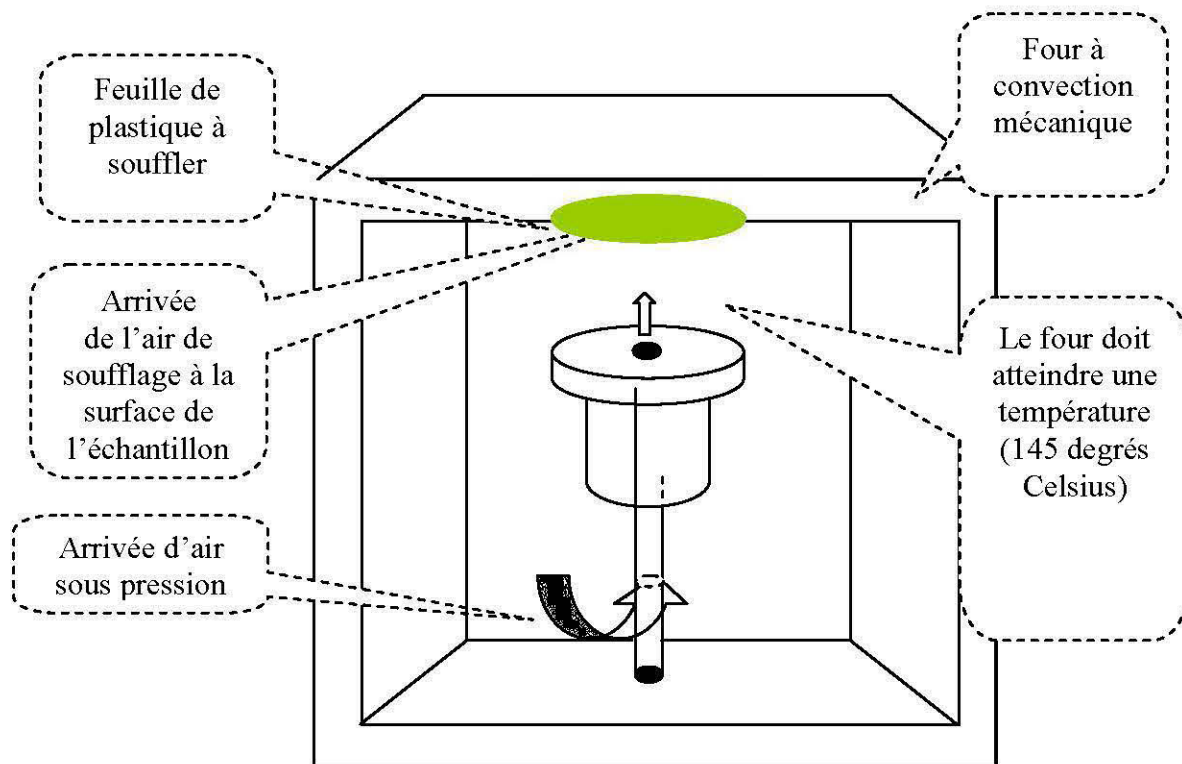
Pour la mise en application, une feuille thermoplastique circulaire en ABS est utilisée pour l'expérimentation. Le soufflage de la membrane est effectué à l'aide de débits d'air. Pour préserver la répétitivité des expériences, un ensemble de tests a été effectué pour le matériau. Les données collectés lors de l'expérimentation sont les valeurs de la pression 'P', de la hauteur de la bulle 'z' au pôle de la membrane et du temps 't'.

### **3.2 Description du procédé**

Sur le schéma ci-dessous (Figure 3.1) est décrite l'opération de soufflage. Une feuille de plastique mince, de forme circulaire, préalablement marquée à l'encre, est chauffée à une température fixée (située dans le voisinage de la température de mise en forme du matériau plastique) à l'intérieur de la chambre expérimentale (four).

Le montage expérimental est composé de trois modules distincts et complémentaires :

- un module de soufflage;
- une chambre environnementale;
- un système d'acquisition;



**Figure 3.1: Description du procédé de soufflage**

De l'air sous pression arrive à l'intérieur du four par un conduit d'air. Lorsque la température à la surface de la membrane devient uniforme, cette dernière est soufflée par l'air à un débit contrôlé à l'aide d'une valve et d'un robinet. Le soufflage entraîne une déformation de la hauteur du pôle de la bulle thermoplastique.

### 3.2.1 Module de soufflage

Ce module est constitué de deux anneaux métalliques amovibles et fixés sur un cylindre métallique d'un diamètre intérieur de  $15.0 \pm 0.01$  cm, d'un diamètre extérieur de  $19.0 \pm 0.01$

cm et d'une profondeur de  $13.0 \pm 0.1$  cm. Le cylindre métallique joue le rôle d'un réservoir Tampon (voir Figure 3.2).

Un tube métallique d'un diamètre intérieur de  $2.0 \pm 0.01$  cm est soudé à la base inférieure du réservoir au centre. Ce conduit d'une longueur de  $35.0 \pm 0.1$  cm permet de connecter le cylindre au circuit pneumatique du laboratoire. L'air, sous pression dans le réservoir métallique, est diffusé uniformément vers la face inférieure de la membrane thermoplastique. L'uniformité de la diffusion de l'air dans le cylindre est assurée par une calotte métallique, d'un diamètre de  $10.0 \pm 0.01$  cm, placée au milieu du cylindre métallique. Cette calotte est percée de petits trous circulaires identiques de 1 mm de diamètre chacun.

Deux joints d'étanchéité résistant à la haute température sont placés entre la membrane et les anneaux pour empêcher toute fuite d'air vers l'extérieur.

Pour s'assurer de l'efficacité des étanchéités, nous avons effectué un test d'étanchéité sur le module de soufflage. Cette technique consiste à introduire le module de soufflage (anneaux, membranes, joints d'étanchéité, et réservoir tampon) dans un bac rempli d'eau. Ensuite, on injecte de l'air comprimé dans le module de soufflage, on vérifie s'il n'y a pas de dégagement des bulles à travers les parois (fuites d'air).

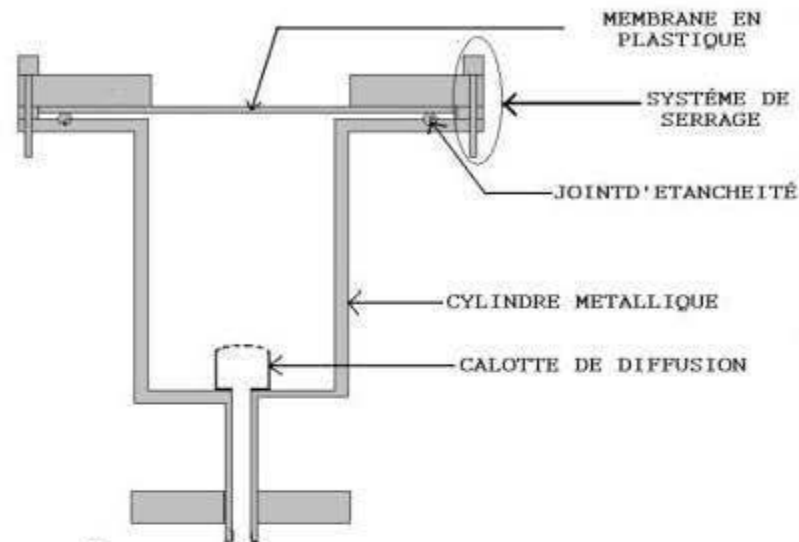


Figure 3.2 Composantes du bloc de soufflage

### 3.2.2 Chambre environnementale

La chambre environnementale utilisée pour l'expérimentation possède les dimensions suivantes : longueur de  $59.0 \pm 0.1$  cm, largeur de  $47.0 \pm 0.1$  cm et hauteur de  $41.0 \pm 0.1$  cm. Ce four peut être maintenu à la température désirée à l'aide de résistances chauffantes dont l'alimentation est assurée par un système électrique. Le contrôle de l'alimentation en courant électrique du four, est assuré par un régulateur de température. Le module de soufflage, décrit précédemment, peut être installé (ou retiré) à l'intérieur du four.

*Remarque :* Voir annexe II concernant la description des composantes de la chambre environnementale.

### **3.3 Mesures expérimentales**

#### **3.3.1 Températures**

Trois thermocouples sont placés à deux endroits différents dans la chambre environnementale. Un de ces thermocouples transmet le signal électrique vers le régulateur de température qui, en fonction du signal reçu, apporte des corrections sur la température désirée, si nécessaire. Un afficheur digital incorporé au régulateur indique la valeur de la température ainsi mesurée. Pour suivre l'évolution de la température dans la chambre, les deux autres thermocouples sont placés à deux endroits différents et leurs sorties sont branchées directement aux entrées d'une carte d'acquisition des données.

Afin de vérifier la température qui règne dans la chambre environnementale, un troisième thermomètre digital témoin est utilisé. Il est placé à l'intérieur du four.

Remarque : La membrane thermoplastique reste dans le four en moyenne 30 minutes avant de recevoir l'air sous pression.

#### **3.3.2 Débits**

Le soufflage de la membrane est assuré par un débit d'air maintenu constant grâce à une valve de débit pneumatique, dont les orifices s'ouvrent ou se ferment pour laisser passer l'air en fonction de la commande du signal électrique qui lui parvient.

Le signal électrique de commande est activé par une carte électronique dont le signal de commande provient d'un micro-ordinateur (PC) du laboratoire, à travers une carte de sortie,

D/A, qui transforme le signal numérique de l'entrée du PC en un signal analogique à sa sortie.

Un capteur de débit analogique est installé sur la conduite d'alimentation d'air sous pression juste avant l'entrée du réservoir Tampon. Il transmet un signal analogique des données du débit d'air traversant le module de soufflage, vers une carte d'acquisition qui est connectée à son tour au PC, grâce à une carte de conversion des signaux analogique en des signaux numériques.

Le capteur de débit est relié également à un afficheur digital dont la lecture nous informe instantanément du débit d'air lors du passage de l'air à travers la conduite.

L'indication de la valeur de débit nous permet de mieux ajuster les ouvertures ou les fermetures de la valve de débit suivant le programme expérimental déjà préétabli.

### **3.3.3 Pressions**

Un capteur de pression analogique est installé sur la conduite d'air du système de soufflage. Ce capteur est placé à proximité du réservoir. Ce dernier transmet un signal de la pression qui règne sous la membrane à souffler pendant la phase d'expérimentation.

### **3.3.4 Déplacements**

Un capteur de position (capteur qui effectue la mesure de distance sans contact avec la cible) est utilisé pour suivre l'évolution de la hauteur au pôle de la membrane. La plage de mesure est comprise entre 0.cm et 30.0cm. La position centrale de la membrane est ajustée

avant le soufflage par un faisceau laser émis par le capteur. Le capteur de position reçoit, par réflexion, les signaux qu'il émet à travers une fente transparente ; il est placé directement au-dessus d'une membrane en plastique, à l'extérieur de la chambre environnementale.

### **3.4 Système d'acquisition**

Le système d'acquisition est composé de trois parties essentielles:

- cartes électroniques

Une carte PCI qui fait le lien entre les périphériques et l'ordinateur. Elle est caractérisée d'une part, par la vitesse à laquelle elle transmet l'information et, d'autre part, par le nombre de canaux qu'elle peut traiter simultanément.

- capteurs de mesures

La carte périphérique d'acquisition de données utilisée dans ce travail possède 16 entrées analogiques multiplexées (CIO-WXP16). Une partie de ces entrées est utilisée pour traiter les signaux de thermocouples et les autres entrées peuvent traiter des signaux analogiques compris entre 0 et 20mA, ou entre 0 et 5 Volts.

Ces dernières entrées servent à recevoir les signaux des capteurs de débit (0-20mA), de pression (0+5V) et de position (0+5V). On a utilisé trois sources d'alimentation pour alimenter ces trois capteurs.



- Logiciel d'acquisition de données

A l'aide du logiciel DasyLab, l'ordre est donné aux différentes cartes périphériques (connectées au PC) de transmettre les signaux électriques de commande aux valves de débit et de pression. Le logiciel transmet également la consigne de la température désirée au régulateur de température.

### **3.5 Déroulement de l'expérience**

Chaque feuille de plastique d'épaisseur uniforme est marquée à l'encre, insérée entre deux plaques reliées au module de soufflage, et chauffée à une température fixée à l'intérieur de la chambre. Lorsque la température à la surface de la membrane devient uniforme, celle-ci est soufflée à l'air à un débit contrôlé à l'aide de la valve. Le système d'acquisition des données enregistre l'évolution de la pression à l'intérieur de la bulle au cours du temps tandis que le capteur laser de position, placée juste au-dessus du montage, enregistre l'évolution de la hauteur au pôle de la membrane.

Soulignons que la partie supérieure de la membrane est en contact direct avec l'air ambiant du four tandis que la partie inférieure est en contact direct avec l'air qui se trouve dans le réservoir tampon. La température à l'intérieur de la chambre environnementale est contrôlée grâce à un régulateur de température.

### **3.6 Mesures et résultats expérimentaux**

Pour le déroulement des expériences, nous avons considéré un ensemble de membranes thermoplastiques circulaires de même rayon ( $10.0 \pm 0.01$  cm) et de même épaisseur

( $1.47 \pm 0.01$  mm). La température de soufflage est fixée à  $145 \pm 2^\circ\text{C}$ . Soulignons que la pression d'air est générée par le circuit pneumatique du laboratoire (10 Psi). L'erreur moyenne sur les mesures des pressions est de l'ordre de 7%.

Pour l'expérimentation, une série d'essais a été menée sur les membranes en ABS dans les conditions susmentionnées. Pour chaque expérience, et pour un débit d'air de soufflage donné, nous avons enregistré les valeurs de la pression et de la hauteur au pôle de la membrane en fonction de temps. Toutefois, nous avons retenu que les courbes qui rendent possible la répétition des expériences. Ensuite nous avons considéré uniquement les courbes moyennes de la hauteur et de la pression au cours du temps pour l'identification. Les figures 3.3 et 3.4 illustrent respectivement la fonction pression expérimentale moyenne (sur cinq fonctions) en fonction du temps et de la hauteur au pôle de la bulle. La figure 3.5 présente la fonction  $h(t)$ , hauteur vis-à-vis le temps, utilisée pour l'optimisation.

On remarque sur ces figures 3.3-3.4 que les précisions sur les mesures de la pression interne sur la bulle et de la hauteur sont satisfaisantes. Dans la figure 3.6 on illustre un cas photographique de la bulle soufflée au laboratoire.

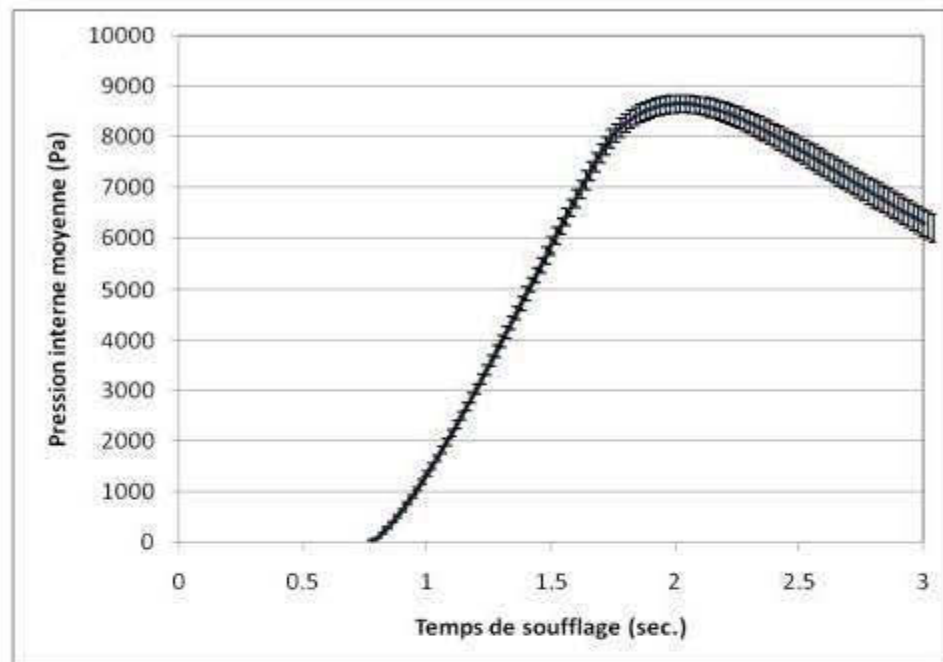


Figure 3.3 : Courbe expérimentale de la pression en fonction du temps

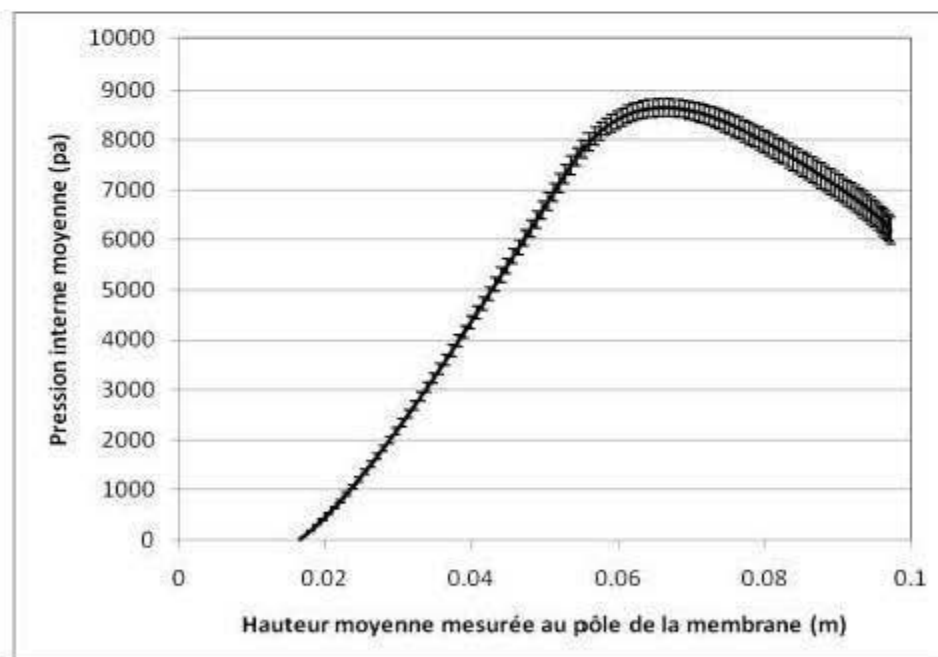


Figure 3.4 : Courbe expérimentale de la pression en fonction de la hauteur au pôle

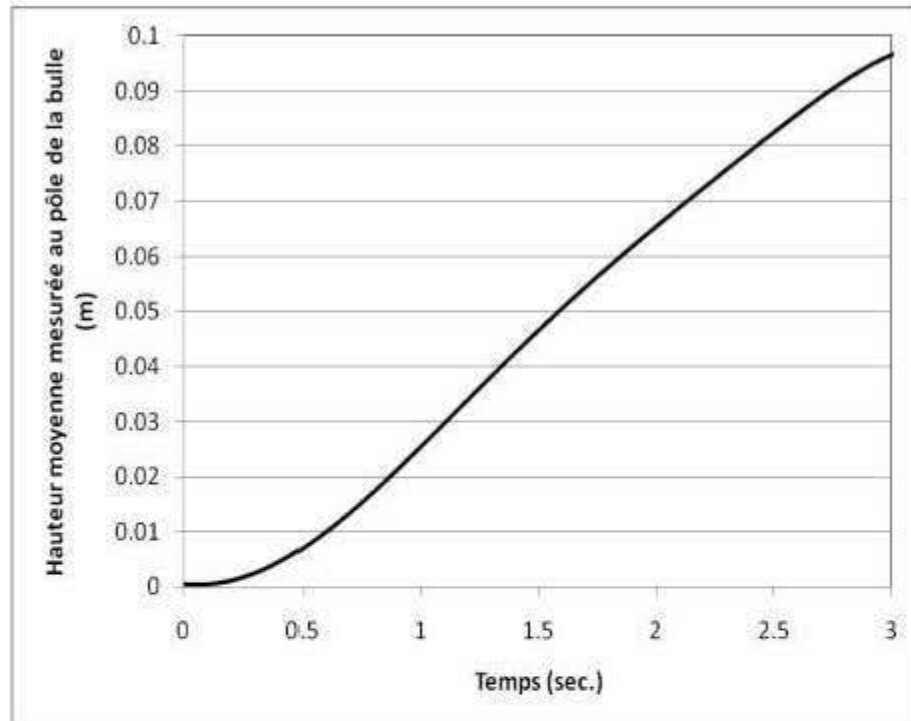


Figure 3.5 : Courbe expérimentale moyenne de la hauteur de la bulle en fonction de temps

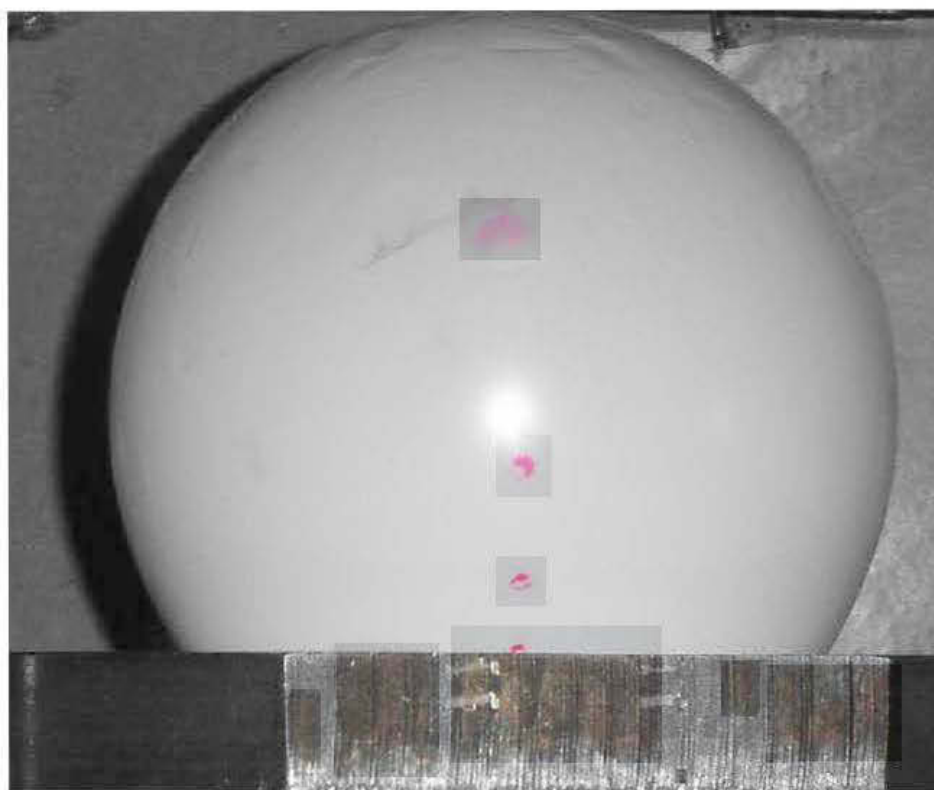


Figure 3.6: La bulle soufflée

## CHAPITRE 4

### RÉSEAUX DE NEURONES ET APPLICATION EN IDENTIFICATION STRUCTURALE DES THERMOPLASTIQUES

#### 4.1 Rappel sommaire des réseaux de neurones

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) sont des techniques et des méthodes permettent l'enrichissement de la connaissance, de l'élargir et de l'améliorer pendant la phase dite d'apprentissage (Haykin, 1998). Cette connaissance est codée, puis stockée en poids synaptiques par le réseau pour ensuite être restituée, au besoin, au milieu extérieur. Ce processus s'effectue par des algorithmes d'entraînement basés essentiellement sur des règles d'apprentissages adaptés aux types de problèmes à traiter. L'efficacité de l'apprentissage se traduit par la capacité du RNA à extraire de l'information pertinente, à partir des exemples qui lui sont présentés. La base d'apprentissage du RNA peut contenir des données expérimentales, des résultats de simulation ou de simples données d'observation.

Parmi les applications des RNA qui suscitent de l'intérêt, on trouve : la vision artificielle, le traitement de la voix, la reconnaissance de la parole, la reconnaissance de l'écriture, la commande de procédés industriels, le diagnostic de maladies, la maintenance

industrielle, les prévisions météorologiques, les prévisions boursières, etc. (Aleksander, 1990), (Weigend, 1990)

Les réseaux de neurones se sont développés grâce à l'émergence de plusieurs domaines scientifiques tels que la neuroscience, l'informatique ou les techniques d'optimisation.

#### **4.1.1 Caractérisation des réseaux de neurones**

Un réseau de neurones peut être défini comme un ensemble de neurones connectés entre eux suivant une architecture bien déterminée. Chaque neurone effectue des calculs sur la base des données déjà traitées par d'autres unités de calcul du réseau ou celles reçues du milieu extérieur. On peut caractériser un réseau de neurones par :

- i) L'architecture du réseau, c'est-à-dire le mode de connexions entre les différents neurones (réseaux multicouches, réseaux à connexions complète, réseaux à connexions partielles ou réseaux récurrents).
- ii) Le mode d'apprentissage, qui correspond à la phase d'entraînement du réseau durant laquelle les poids synaptiques sont modifiés itérativement jusqu'au respect des critères de convergence.

Plusieurs algorithmes ont été développés ces dernières décennies pour entraîner les réseaux de neurones. Ces algorithmes d'apprentissage s'appuient généralement sur des règles purement mathématiques (règle delta, moindre carrée, etc.) (Widrow, 1990), des règles basées sur des principes de la mécanique statistique (Ackley, 1985) et des règles

basées sur les principes de transmissions des signaux des neurones biologique (Hebb, 1949). Dans la littérature, on trouve trois modes d'apprentissage du réseau de neurones : i) l'apprentissage supervisé (Rosenblatt, 1960), (Haykin, 1998), ii) l'apprentissage non supervisé (Becker, 1991), (Sanger, 1989) et iii) l'apprentissage semi-supervisé (Bellman, 1957), (Barto, 1992). Dans ce travail, nous considérons l'apprentissage supervisé.

#### 4.1.2 Apprentissage supervisé et fonction d'activation

Dans ce type d'apprentissage, le réseau évolue vers l'adaptation de ses paramètres libres pour retrouver la réponse la plus proche de celle qui lui a été imposée à sa sortie. Le réseau a la possibilité de mesurer l'écart entre son propre comportement et celui qu'on veut qu'il adopte.

La transformation du signal d'entrée par le neurone en un autre signal de sortie se fait par l'activation d'une fonction dite de transfert. Cette fonction peut prendre différentes expressions mathématiques. Un choix judicieux de la fonction de transfert aidera le réseau à bien modéliser le comportement du système étudié. Parmi ces fonctions, on trouve la fonction tangente hyperbolique  $\varphi = \tanh(v)$  qui est continue, différentiable et bornée :

$$\varphi = a \tanh(b \cdot v) = a \cdot \left( \frac{1 - e^{-2b \cdot v}}{1 + e^{-2b \cdot v}} \right) \quad (4.1)$$



où  $a$  et  $b$  sont des constantes. Les valeurs de  $a$  et  $b$  sont choisies de telle façon que les poids du réseau ne se rapprochent pas beaucoup des limites de la zone de saturation de la fonction de transfert. Les données utilisées sont généralement normalisées.

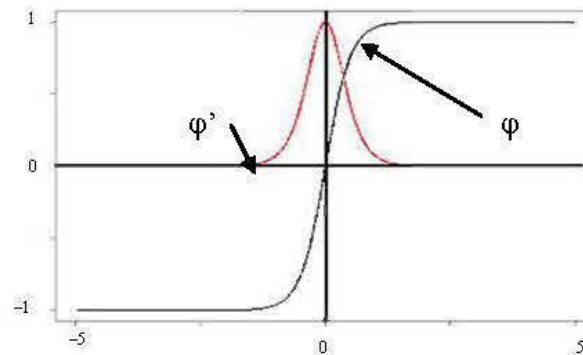


Figure 4.1 Graphique des fonctions d'activation  $\varphi$  et sa dérivée  $\varphi'$

### 4.1.3 Architecture du Réseau

Pour le volet d'apprentissage, un choix judicieux s'impose pour le choix de l'architecture du réseau (mode de connexions entre les différents types de neurones) et de l'algorithme d'apprentissage. Parmi les architectures les plus connues, on trouve :

- i) le perceptron : réseau à une seule couche à propagation avant (Rosenblatt, 1960).
- ii) le perceptron multicouche : réseau multicouche à propagation avant. Dans ce réseau, les neurones sont organisés en plusieurs couches cachées et en nombre bien défini. Chaque neurone reçoit ses entrées de la couche qui le précède (Haykin, 1998).

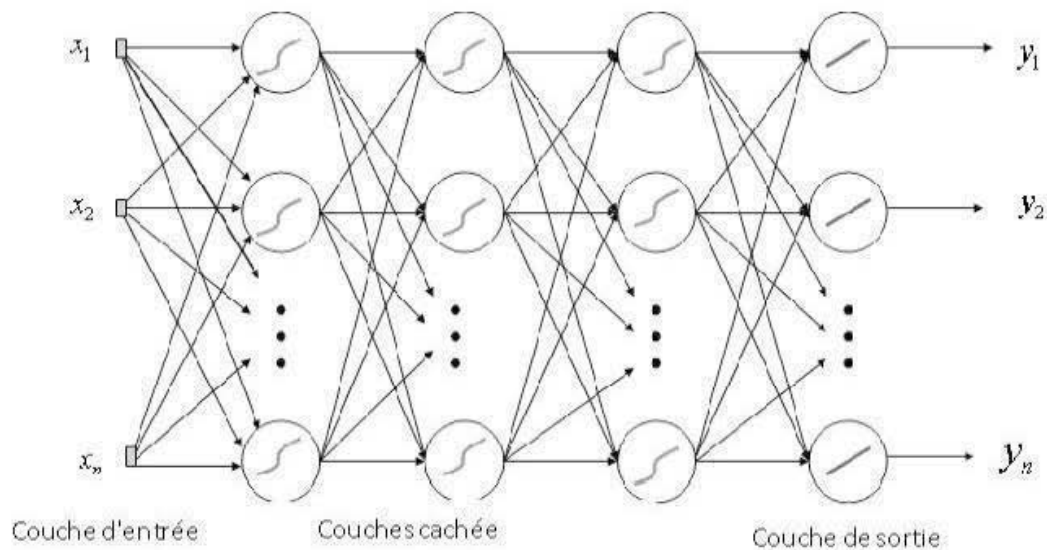
iii) le réseau récurrent formé d'une ou plusieurs couches avec des boucles de retour vers les couches précédentes. La réponse du réseau à l'instant  $t+1$  dépend de celle à l'instant  $t$  (Giles, 1995), (Kohonen, 1988).

Dans ce travail nous considérons le perceptron multicouche (PMC). En effet, ce réseau est adapté au mode d'apprentissage supervisé (Rumelhart, 1986). Son architecture multicouche se prête bien au traitement des problèmes non linéaires (Parker, 1987). En plus, ces réseaux sont considérés comme des approximateurs (à condition que le réseau contienne suffisamment de neurones dans les couches cachées) (Park, 1991). Donc, dans ce mémoire, le problème d'identification sera abordé par un réseau multicouche de neurones préalablement entraîné par un algorithme connu sous le nom de 'Back-propagation', appelé aussi 'algorithme de rétro-propagation' (Riedmeiller, 1993).

Soulignons qu'un réseau multicouche est composé d'un ensemble de neurones réparti sur plusieurs couches : couche d'entrée et couche de sortie, séparées par une ou plusieurs couches cachées (intermédiaires).

Les neurones de la même couche ne sont pas connectés entre eux. Chaque perceptron multicouche est caractérisé par au moins trois propriétés, à savoir: i) fonction de transfert  $\phi$ , ii) Le nombre de couches cachées et le nombre de neurones qui se trouvent dans le réseau (Haykin, 1998) et iii) l'algorithme d'apprentissage (algorithme d'entraînement du réseau). Cet algorithme permet l'ajustement des paramètres libres (poids) du réseau. La Figure 4.2

représente le schéma d'un perceptron multicouches (trois couches cachées et une couche de sortie).



**Figure 4.2.** Schéma d'un perceptron à multicouches (Edwin et al, 1996)

#### 4.1.4 Implantation de l'algorithme de rétro-propagation

Dans ce mémoire, on a utilisé l'algorithme de rétropropagation de l'erreur. Cet algorithme (Haykin, 1998) est fondé sur le principe de la descente du gradient selon lequel les paramètres libres du réseau, tels les poids de pondération et les seuils d'activation, sont ajustés dans la direction opposée de celle du gradient de la fonction d'erreur. Souvent, dans la pratique, l'utilisation de cette méthode ne suffit pas à elle seule pour garantir un bon

entraînement du réseau. Plusieurs algorithmes d'apprentissage ont été développés dans le but d'améliorer les performances du processus d'entraînement du réseau, et ce, en utilisant des techniques d'optimisation du deuxième ordre basées sur la méthode de Newton. Ces algorithmes présentent au moins deux avantages par rapport à celui de la descente du gradient, à savoir : une convergence plus rapide des paramètres du réseau et une valeur minimale de la fonction d'erreur beaucoup plus faible.

Les étapes de fonctionnement de l'algorithme de rétropropagation sont (Haykin, 1998) :

- a) *Initialisation* : On commence par choisir une configuration raisonnable du réseau. Pour cela, on fixe le nombre des couches cachées et le nombre de neurones qui les constituent puis on initialise les différents paramètres libres du réseau (poids de pondération et seuils) avec des valeurs aléatoires dans l'intervalle  $[-1,1]$ . L'initialisation des paramètres est effectuée au niveau de chaque neurone du réseau.
- b) *Présentation des données d'apprentissage* : On présente au réseau d'une manière successive et dans un ordre aléatoire les  $N$  couples d'exemples d'apprentissage formé par  $(X(i), Y_d(i))$ , ( $i = 1, \dots, N_e$ ),  $X(i)$  représente le  $i^{\text{ème}}$  vecteur d'entrée.  $Y_d(i)$  représente le vecteur de sortie désiré correspondant au vecteur  $X(i)$ . Les valeurs des exemples d'apprentissage sont normalisées.
- c) *Calcul de la propagation directe*;
- d) *Calcul de la propagation arrière*;

- e) L'utilisation d'un critère d'arrêt pour l'algorithme d'entraînement du réseau. Cet critère permet de mettre un terme au processus d'apprentissage et d'éviter le phénomène de sur-apprentissage du réseau (Haykin, 1998).

#### **4.2 Identification viscoélastique d'une membrane par application des RNA**

Dans cette partie, on s'intéresse à l'application de l'algorithme de rétro-propagation de l'erreur pour identifier les paramètres viscoélastiques du matériau ABS. Les paramètres recherchés sont  $g_B$  et  $\tau_B$ , associés à la loi de comportement de Lodge. La base d'apprentissage de l'algorithme considéré (rétro-propagation de l'erreur) est constituée des résultats obtenus *via* les simulations numériques du soufflage libre des membranes thermoplastiques circulaires initialement planes. À cet effet, nous avons utilisé le code « Thermoform ». Les résultats des simulations consistent, pour des hauteurs données de la bulle, à déterminer les pressions numériques (vecteurs d'entrées des réseaux de neurones), agissant à l'intérieur des bulles soufflées, pour des paramètres arbitraires  $g_B$  et  $\tau_B$  donnés (vecteurs sorties des réseaux de neurones).

Une fois cette phase d'apprentissage vérifiée, le réseau de neurones sera en mesure d'identifier les paramètres  $g_B$  et  $\tau_B$  du matériau correspondant aux valeurs de pressions mesurées.

L'apprentissage est constitué de  $N$  exemples représentant les résultats de simulation. Chaque exemple est constitué de deux vecteurs : un vecteur d'entrées (contenant ' $n$ ' valeurs de pression calculées numériquement et qui sont associées aux hauteurs mesurées) et un

vecteur de sortie (contenant les deux valeurs  $g_B$  et  $\tau_B$  de Lodge compatible avec les pressions calculés).

Pour la simulation numérique, nous avons considéré la même géométrie (membrane) que celle utilisée dans l'expérimentation (rayon et épaisseur). La figure 4.3 illustre un exemple des résultats obtenus par simulation de soufflage de la membrane en ABS.

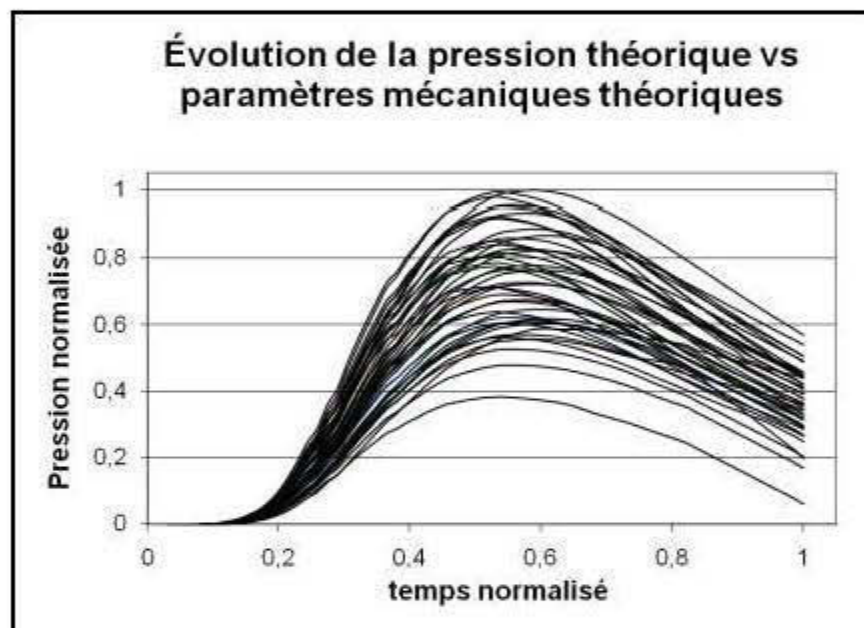


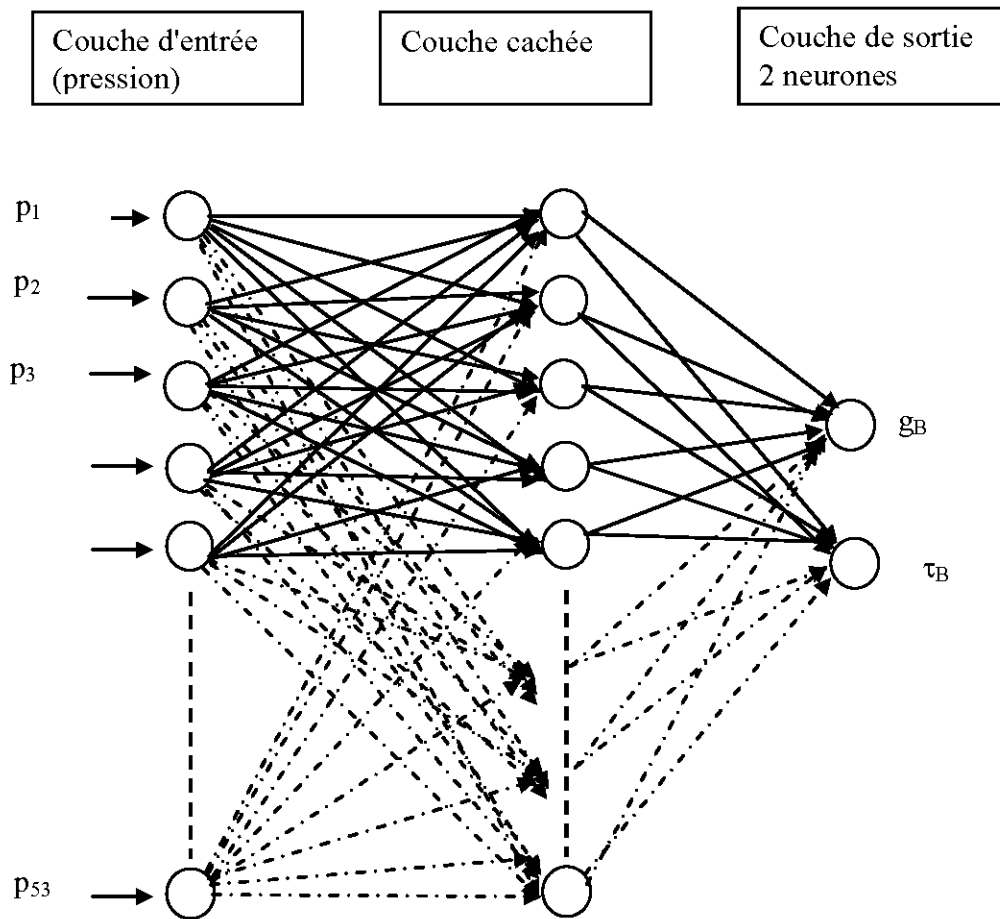
Figure 4.3 : Résultats de simulation numérique.

#### 4.2.1 Application de l'Algorithme de rétro-propagation

L'architecture choisie pour entraîner le réseau est une architecture de type Perceptron Multicouche avec rétro-propagation de l'erreur (apprentissage de type supervisé). Pour cela, nous avons considéré une seule couche cachée. Les 'N' vecteurs solutions obtenus

par la simulation numérique ont été utilisés pour la phase d'entraînement du réseau. Une fois la phase d'apprentissage réalisée, nous avons procédé à un test de validation.

Pour le problème d'identification, le réseau de neurones est entraîné par 43 couples de vecteurs. Chaque couple de vecteurs représente un exemple d'apprentissage. L'un des deux vecteurs, représente un vecteur d'entrée des pressions numériques, est de dimension 53. Chaque composante du vecteur d'entrée correspond à une valeur de pression calculée numériquement, pour une hauteur donnée (hauteur mesurée). L'autre vecteur contient les paramètres arbitraires de la loi de comportement de Lodge, est de dimension 2. Ensuite, après l'entraînement de ces 43 couples de vecteurs, on a effectué des tests de validation sur l'apprentissage, c'est-à-dire sur la capacité du réseau à faire la généralisation des données. La figure 4.4 schématise le réseau utilisé dans ce travail.



**Figure 4.4 : Algorithme utilisé pour le problème d'identification**

Pour la fonction de transfert des neurones de la couche cachée, nous avons considéré la fonction Tangente Hyperbolique. Ce choix se justifie par les propriétés de cette fonction à s'adapter à des problèmes plus généraux. Pour la fonction de transfert des neurones de la couche de sortie, nous avons utilisé la fonction identité.



Pour entraîner le réseau de neurones, nous avons utilisé le simulateur SNNS (Stuttgart Neural Network Simulation). Les critères d'arrêt utilisés pour l'algorithme d'apprentissage sont : soit une convergence de l'erreur moyenne vers une valeur imposée inférieure ou égale à  $10^{-4}$ , soit le dépassement du nombre d'époques fixé à  $10^3$ .

#### **4.2.2 Résultats d'identification bi-axiale pour l'ABS**

Pour l'identification des paramètres viscoélastique de Lodge, nous avons considéré que des hauteurs expérimentales qui ne dépassent pas 15 cm au pôle de la bulle. Pour des hauteurs supérieures à 15 cm il y a possibilité d'un éclatement de la membrane. Pour ce modèle de comportement, les paramètres mécaniques d'identification obtenus, au dessus de la température de transition vitreuse, sont présentés dans la table 4.1. Les résultats théoriques de l'identification, relativement à l'évolution de la pression interne en fonction de la hauteur au pôle de la membrane, sont comparés aux résultats expérimentaux sur la figure 4.5. On remarque que le modèle viscoélastique de Lodge fournit des résultats satisfaisants concernant le comportement de la membrane en ABS en soufflage libre. Il y a deux hypothèses pour expliquer les différences des résultats observés entre l'expérimental et la solution théorique (voir figures 4.5 et 4.6) :

- i) le modèle de Lodge est insuffisant pour représenter adéquatement le matériau ABS;
- ii) le modèle mathématique utilisé pour le problème de soufflage est non adéquat (utilisation, par exemple, d'un modèle dynamique basé sur le couplage fluide-structure).

Du point de vue numérique, il est opportun de souligner que la résolution du problème quasi-statique, qui régit l'équilibre de la structure polymérique, est très vulnérable à certaines valeurs de pression et par conséquent, le système d'équations peut diverger. Ce problème d'instabilité et de divergence peut aussi se manifester lors d'un mauvais choix du point de départ des paramètres mécaniques. Dans nos travaux, nous avons rencontré des difficultés avec l'ABS pour assurer la stabilité et la convergence.

Table 1. Résultats de l'expérimentation pour l'ABS 145 °C

Membrane en ABS	
$g_B$ (MPa)	$\tau_B$ (second)
1.58076	0.29732

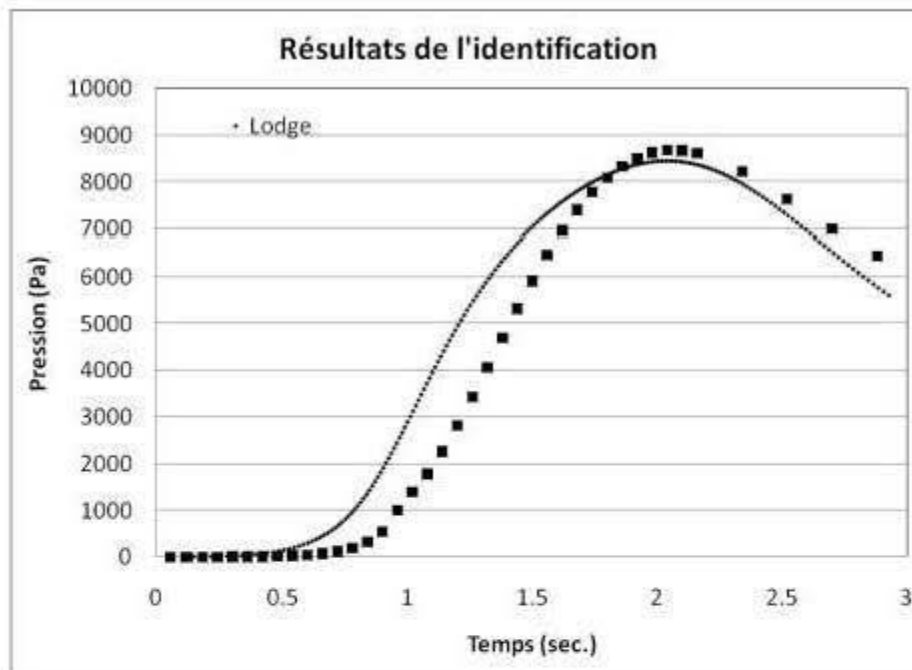


Figure 4.5 Résultats de l'identification pour l'ABS : pression vs le temps

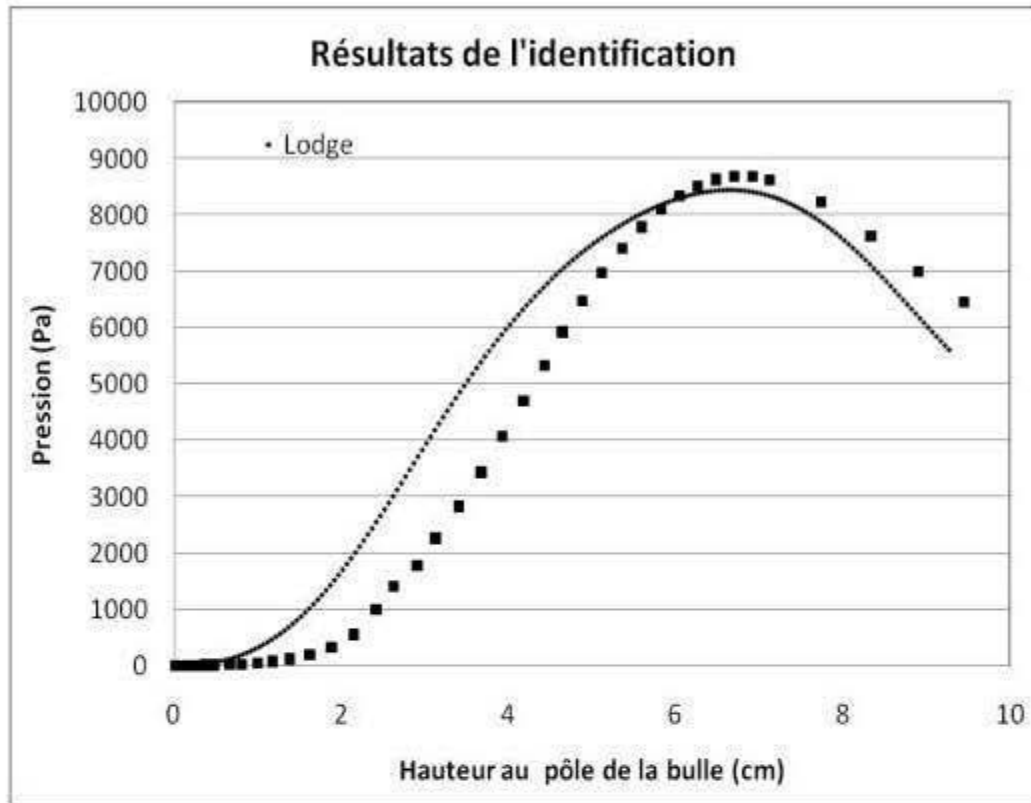


Figure 4.6 Résultats de l'identification pour l'ABS : pression vs la hauteur

## CHAPITRE 5

### CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

#### 5.1 Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons traité le problème inverse d'identification des paramètres structuraux d'une membrane thermoplastique. Le modèle de comportement viscoélastique de Lodge est considéré. Les membranes utilisées sont de type ABS (Acrylonitrile Butadiène Styène). Pour l'identification, nous avons considéré une méthode hybride qui combine des outils numériques (méthodes des différences finies), stochastiques (réseaux de neurones) et expérimentaux (pressions, déformations, températures). Pour la caractérisation expérimentale, nous avons utilisé la technique de soufflage libre des membranes circulaires. Comme application des réseaux de neurones, nous avons considéré l'algorithme de la rétropropagation de l'erreur.

À la lumière des résultats expérimentaux et théoriques obtenus, nous pouvons affirmer que nos résultats d'identification sont satisfaisants pour la caractérisation des membranes d'ABS au-dessus de la température de transition vitreuse. A ce titre, il est opportun de souligner que le modèle de comportement viscoélastique de Lodge est satisfaisant pour la modélisation du comportement de l'ABS.

Du point de vue numérique, la convergence de la méthode des différences finies à pas variables, pour la simulation de soufflage libre de la membrane, est très sensible aux choix des paramètres mécaniques utilisés dans la loi de comportement de Lodge. Un choix judicieux s'impose donc.

L'avantage de l'algorithme de réseaux de neurones réside dans la simplicité de sa mise en application et le faible temps de calcul pour l'estimation des deux paramètres associés à la loi de Lodge. Dans le cas où le nombre de paramètres dépasse deux, puisqu'il faut générer un grand nombre de simulations pour la phase d'apprentissage associée à la méthode des réseaux de neurones, la technique des réseaux de neurones peut s'avérer très lourde en termes de temps de calcul.

À titre de conclusion, la technique des réseaux de neurones s'est avérée une méthode satisfaisante pour traiter le problème d'identification des deux paramètres associés à la loi de comportement de Lodge pour les membranes d'ABS malgré la présence de forte non linéarité dans le modèle étudié.

## **5.2 Travaux futurs**

Dans le cas des matériaux thermoplastiques, il sera opportun de travailler sur des modèles de comportement plus robustes, comme le modèle de K-BKZ. Il faut également développer des méthodes numériques robustes pour la résolution des équations de

conservations associées aux membranes minces en fonction de la pression et de la température. Ensuite, il sera opportun d'analyser l'efficacité des algorithmes des réseaux de neurones, ainsi que le nombre de paramètres associés à la loi de comportement sur le temps et la qualité de l'estimation des paramètres recherchés.

### **5.3 Recommandation**

À la suite de cette étude, pour les problèmes d'identification en mécanique, nous recommandons l'utilisation des algorithmes des réseaux de neurones dans le cas où le modèle de comportement considéré ne fait intervenir qu'un très petit nombre de paramètres. Dans le cas contraire, cette technique peut s'avérer très lourde, en temps de calcul.

## RÉFÉRENCES

Ackley, D.H., G.E. Hinton, and T.J. Sejnowski, 1985.« A learning algorithm for Boltzmann machines» Cognitive Science, vol.9, pp. 147-169.

Aleksander, I., and Morton, H., 1990. An Introduction to Neural computing, London: Chapman and Hall.

Alexander, H. 1971 «The tensile instability of an inflated cylindrical membranes as effected by an axial load» , Int. J. Mech. Sci., Vol. 13, pp. 87-95.

Barto, A.G., 1992. Reinforcement learning and adaptive critic methods. In Hanbook of intelligent Control, D.A. White and D.A. Solge,eds., pp. 469-491 , New- York: Van Nostrand Reinhold.

Becker, S. 1991 «Unsupervised learning procedures for neural networks» International Journal of Neural Systems, vol.2, pp. 17-33.

Bellman, R., 1957. Dynamic Programming, Princeton, NJ: Princeton University Press



Benjeddou, A., Jankovich E., and Hadhri T.,1993 «Determination of the parameters of Ogden's law using biaxial data and Levenberg-Marquardt-Fletcher algorithm», J. of Elastomers and Plastic, Vol. 25, pp.224-248.

Boné, R., Cardot., H. 2005 «Time Delay learning by gradient descent in recurrent neural network». International conference on artificial Neural Network.

Charlton D. J., Yang J., and Teh K.K., 1994 «A review of methods to characterize rubber elastic behavior for use in finite element Analysis», Rubber Chem. Technol., Vol.67, pp. 481-503.

Christensen R. M., 1980, «A Nonlinear Theory of Viscoelasticity for Applications to Elastomers » Journal of Applied Mechanics, ASME Trans. No 47, pp.762-768

Derdouri A., Erchiqui F., Bendada A., Verron E., peseux B., 2000 «Viscoelastic behavior of polymer membranes under inflation». Rheology'20000-XIII International Congress on Rheology, Vol. 3, Cambridge, United Kingdom pp.394-396.

Dennis J. E., and Schnabel, R. B., 1983. «Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations». Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Edwin K.P Chong and Stanislaw H. Zak.1996 «An introduction to optimization». John Wiley & Sons.inc

Erchiqui F., Derdouri A., Verron E., 2001 «Analyse expérimentale et numérique en soufflage libre d'une membrane thermoplastique» Entropie No 235/236.

Erchiqui F., A. Derdouri, D. Laroche «Biaxial Characterization of Softened Polymers». PPS-14 The polymer Processing Society, pp. 115-116, 17-19 août 1998, Toronto, Ontario

Erchiqui F., N. Kandil, «Neuronal Networks Application for Characterization of Softened Polymers». Society of Plastics Engineering SPE ANTEC'2004, Session: Thermoforming Technology, Vol.1, pp. 937-941, 16-20 May 2004, Chicago (USA).

Erchiqui F., Derdouri A., 2005 «Analyse expérimentale et numérique du comportement des membranes thermoplastique en ABS et en HIPS dans le procédé de thermoformage». The Canadian Journal of Chirical Engineering, Vol.83 No 3, pp. 527-536.

Feng W. W., 1992 «Viscoelastic behavior of elastomeric membranes». Journal of Applied Mech. Vol. 59, pp. S29-S34.

Ferry J.D, 1980, «Viscoelastic properties of polymers», John Wiley & Sons.

Giles, C.L., D. Chen, G.Z. Sun, H.H. Chen, Y.C Lee, and M.W. Goudreau 1995.«  
Constructiove learning of recurrent neural networks: Limitation of recurrent cascade  
correlation with a simple solution». Tutorial 4, international conference on neural  
networks Washington, DC.

Graf H.P., Jackel L.D., Hubbard W.E., 1988 «VLSI implementation of neural  
network model» Computer, Vol. 21, No.3, pp. 41-51.

Haykin S., 1998 «Neural Networks a Comprehensive Foundation». Prentice Hall. 2<sup>nd</sup>  
edition.

Hebb, D.O., 1949. the organization of Behavior: A Neuropsychological Theory, New York:  
Wiley.

Joye D. D., Poehlein G.W., and Denson C. D., 1973 «A bubble inflation Technique  
for the measurement of viscoelastic properties in equal biaxial extensional  
flow», II Trans. Soc. Rheol., Vol. 17 , No. 2, pp. 287-302.

Kohonen, T., 1988. «An Introduction to neural computing». Neural Networks, vol. 1,  
pp. 3-16.

Levenberg K., 1944 «A method for the solution of certain nonlinear problems

- in least squares». Quarterly of applied mathematics 2, 164-168.
- Lodge A. S., 1964 Elastic liquids, Academic Press, London.
- MacKay, D., 1992 «Bayesian interpolation in Neural Computation», pages 415-447.
- Marquardt D., 1963 «An algorithm for the least-squares estimation of non-linear».  
J. Applied mathematics 11, 431-441.
- Mead C. 1989 «Analog VLSI and neural systems», Addison-Wesley.
- Meissner J., Raible T., and Stephenson S.E., 1981«Rotary clamp in uniaxial and  
biaxial rheometry of polymer melts» ,J. Rheol., Vol. 25, No. 1, pp. 1-28.
- Murray A.F., 1989 «Pulse arithmetic in VLSI Neural network» IEEE Micro, pp.64-  
74.
- Ogden R.W., 1972 « large defoformation isotropic elasticity-on the correlation of  
theory and experiment for incompressible rubberlike solide» , Proc. R. Soc.  
Lond., Vol. A326, pp. 565-584.
- Park, J., and I.W. Sandberg, 1991 «Universal approximation using radial-basis-  
function networks » Neural Computation, vol. 3, pp.246-257.

Parker, D.B., 1987 «optimal algorithms for adaptive networks: second order back-propagation, second order direct propagation, and second order Hebbian learning» IEEE 1<sup>st</sup> International Conference on neural Networks, vol.2,pp.593-600, San Diego, Ca.

Riedmeiller, M., and H. Braum, 1993. A fast and robust backpropagation learning strategy. In Marwan Jabri, editor, Fourth Australian Conference on Neural Networks, page 169-172, Milbourne.

Rivlin R. S., and Saunders D.W., 1951 «Large elastic deformations of isotropic materials-VII.Experiments on deformation of rubber» , Phil. Trans.R.Soc., Vol. A243, pp. 251-288.

Rosenblatt, F., 1960 «Perceptron simulation experiments» Proceeding of the institute of Radio Engineers vol.48,pp.301-309.

Rumelhart D.E., et all, 1986 «Learning representations by back-propagation errors», Nature , vol.323.

Sanger T.D., 1989 «Optimal unsupervised learning in a single-layer linear Feedforward ». neural network. Neural networks, 2:459, 473.

Treolar L. R. G., 1944. «Stress-strain data for vulcanised rubber under various type of deformation». Trans. Faraday Soc., Vol.40, pp.59-77.

Verron E., Marckmann G., and Peseux B., 2001 «Dynamic inflation of non-linear elastic and viscoelastic rubberlike membrane», Int. J.Numer. Meth. Engrg., Vol.50, No. 5, pp. 1233-1251.

Verron E., Peseux B., Derdouri A ., and Connolly R., 1997 «Bubble inflation of heat-softened polymeric membranes above the glass transition temperature» proceedings of the 16 th Canadian Congress of Applied mechanics, Vol. 1 pp. 81-82 Quebec.Canada.

Weigend, A.S., and B. Huberman, and D Rumelhart, 1990 «Predicting the future: A connectionist approach», International Journal of Neural Systems, vol.3, pp. 193-209.

Widrow, B., and M.A. Lehr, 1990. «30 years of adaptive neural networks: Perceptron, madaline, and back-propagation» Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers, vol. 78,pp. 1515-1442 .

## **Annexes**

## Annexe I : Expression des contraintes en soufflage biaxial

Les expressions des contraintes tangentielles intégrées dans l'épaisseur sont données par les formules suivantes (voir les formules (2.52) et (2.53)) :

$$\frac{T_1}{h_0} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \frac{1}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (1)$$

$$\frac{T_2}{h_0} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \{m * \lambda_2^{-2}\} - \frac{1}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (2)$$

On déduit par dérivation de l'équation (1) l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \frac{T'_1}{h_0} = & \frac{\lambda'_1}{\lambda_2} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \frac{\lambda_1 \lambda'_2}{\lambda_2^2} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \frac{2\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \{m * (\lambda_1^{-3} \lambda'_1)\} + \frac{3\lambda'_1}{\lambda_1^4 \lambda_2^3} \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \\ & + \frac{3\lambda'_2}{\lambda_1^3 \lambda_2^4} \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} - \frac{2}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \{m * (\lambda_2^2 \lambda_1 \lambda'_1)\} - \frac{2}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2 \lambda'_2)\} \end{aligned} \quad (3)$$

La notation ( ` ) représente une dérivation par rapport à R. En substituant les expressions ci-dessus dans l'équation (2.30) donnée par la formule :

$$\frac{dT_1}{dR} = \frac{R\lambda'_2 + \lambda_2}{R\lambda_2} (T_2 - T_1) \quad (4)$$

nous obtenons, après réarrangement des termes, l'expression suivante:

$$\begin{aligned} \lambda'_1 \left\{ \frac{\{m * \lambda_1^{-2}\}}{\lambda_2} + \frac{3\{m * \lambda_1^2 \lambda_2^2\}}{\lambda_1^4 \lambda_2^3} \right\} + \lambda'_2 \left\{ -\frac{\lambda_1}{\lambda_2^2} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} + \frac{3\{m * \lambda_1^2 \lambda_2^2\}}{\lambda_1^3 \lambda_2^4} \right\} - 2 \left\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \{m * (\lambda_1^{-3} \lambda'_1)\} \right\} \\ - 2 \left\{ \frac{\{m * (\lambda_1^2 \lambda_2 \lambda'_2)\} + m * (\lambda_2^2 \lambda_1 \lambda'_1)\}}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \right\} = -\frac{R\lambda'_2 + \lambda_2}{R\lambda_2} \cdot \left\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \{m * \lambda_2^{-2}\} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$



Et puisque, selon (2.25), on a :

$$R\lambda'_2 + \lambda_2 = \lambda_1 \cos \theta \quad (6)$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} \lambda'_1 \left\{ \frac{\{m * \lambda_1^{-2}\}}{\lambda_2} + \frac{3\{m * \lambda_1^2 \lambda_2^2\}}{\lambda_1^4 \lambda_2^3} \right\} + \lambda'_2 \left\{ -\frac{\lambda_1}{\lambda_2^2} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} + \frac{3\{m * \lambda_1^2 \lambda_2^2\}}{\lambda_1^3 \lambda_2^4} \right\} - 2 \left\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \{m * (\lambda_1^{-3} \lambda'_1)\} \right\} \\ - 2 \left\{ \frac{\{m * (\lambda_1^2 \lambda_2 \lambda'_2) + m * (\lambda_2^2 \lambda_1 \lambda'_1)\}}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \right\} = - \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{\cos \theta}{R} \right) \cdot \left\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \{m * \lambda_1^{-2}\} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \{m * \lambda_2^{-2}\} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Finalement, en posant les définitions suivantes:

$$F_1 = \frac{1}{\lambda_2} \cdot \left\{ m * \left( \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \right\} + \frac{3}{\lambda_1^4 \lambda_2^3} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (8)$$

$$F_2 = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2^2} \cdot \left\{ m * \left( \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \right\} + \frac{3}{\lambda_1^3 \lambda_2^4} \cdot \{m * (\lambda_1^2 \lambda_2^2)\} \quad (9)$$

$$F_3 = -2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left\{ m * \left( \frac{\lambda'_1}{\lambda_1^3} \right) \right\} - \frac{2}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \left( m * (\lambda_1^2 \lambda_2 \lambda'_2) + m * (\lambda_2^2 \lambda_1 \lambda'_1) \right) \quad (10)$$

$$F_4 = \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{\cos \theta}{R} \right) \cdot \left\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \left\{ m * \left( \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \right\} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \left\{ m * \left( \frac{1}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right\} \quad (11)$$

Nous obtenons pour l'équation (4) l'expression suivante :

$$\lambda_1' F_1 + \lambda_2' F_2 + F_3 = -F_4 \quad (12)$$

Finalement, de la relation (12) on déduit l'équation qui complète la description du problème de soufflage bi-axial d'une membrane initialement circulaire, soit:

$$\lambda_1' = -\frac{\mathbf{1}}{F_1} \left\{ \frac{\mathbf{1}}{R} \{ \lambda_1 \cos \theta - \lambda_2 \} F_2 + F_3 + F_4 \right\} \quad (13)$$

## **Annexe II : Description des composantes du four**

### **A.II.1 Le filtre régulateur**

L'air comprimé renferme de nombreux contaminants, à savoir l'eau, les vapeurs d'eau, les vapeurs d'huile, et les contaminants solides (poussière, etc.). Ces contaminants endommagent les outils et réduisent leurs performances. L'utilisation du filtre régulateur, fourni par la compagnie 'Topring' permet de protéger les outils, et d'assurer leur performance. Le filtreur en question prolonge la vie et augmente la performance des outils en éliminant les contaminants et les vapeurs d'eau (A.II.1).



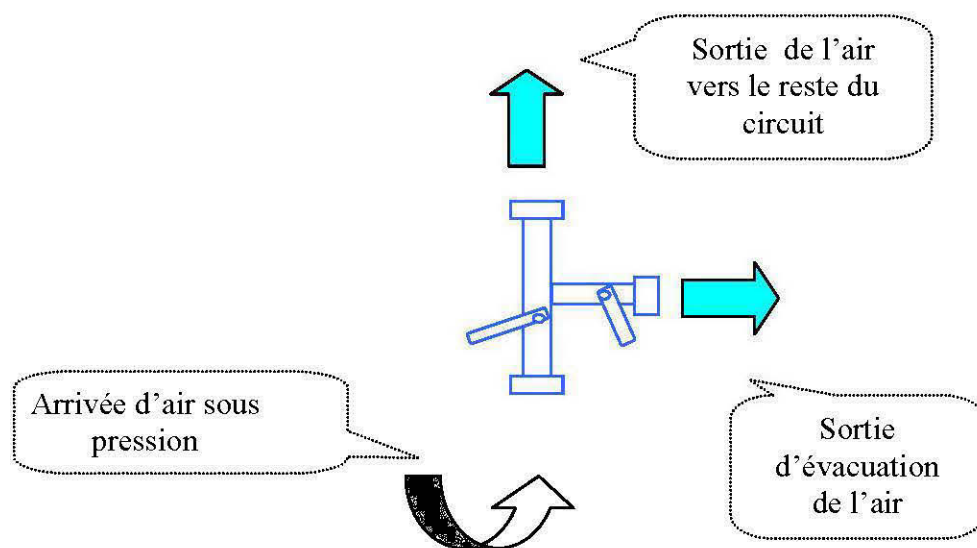
**A.II.1 Le filtre régulateur**

### **A.II.2 Les valves de contrôle du débit d'air**

Les valves de contrôle du débit d'air sont des robinets qui laissent passer l'air dans une direction ou l'autre suivant leur combinaison d'ouverture et de fermeture. Sur la figure A.II.2 sont représentés les deux trajets possibles de l'air dans le circuit :

- Une sortie pour évacuer l'air emprisonné dans le conduit;
- Une sortie qui achemine l'air dans le reste du circuit.

Les caractéristiques techniques de ces robinets sont fournies par le fabricant.



### A.II.2 Les valves de contrôle du débit d'air

### A.II.3 Le régulateur de pression

Le rôle du régulateur de pression (Figure A.II.3) est de transformer une pression d'alimentation variable en une pression de sortie fixe, quelles que soient les variations de

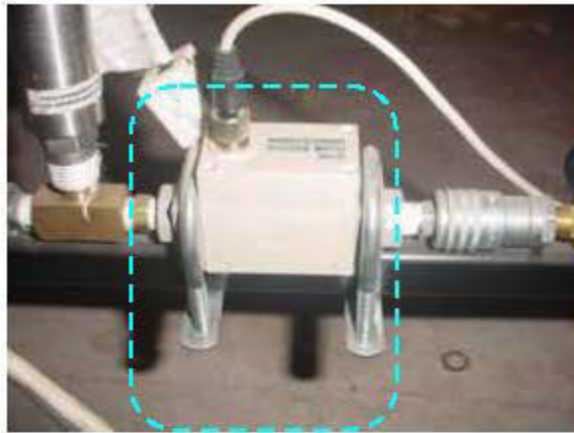
pression causées par les conditions hydrauliques, les accidents de terrain, les techniques de pompage, etc.



**A.II.3 Le régulateur de pression**

#### **A.II.4 Le débitmètre**

Cet appareil (Figure A.II.4) permet de calculer de débit de l'air à la sortie du filtre régulateur, soit le volume d'air capté par unité de temps (Litres par minute).



#### A.II.4 Le débitmètre

#### A.II.5 Les capteurs de pression

Le capteur de pression est un dispositif destiné à traduire les variations de pression en variations de tension. On peut voir le capteur utilisé dans l'expérimental à la fig. A.II.5.



Figure A.II.5: Le capteur de pression utilisé dans l'expérimentation

### A.II.6 Le Capteur LASER

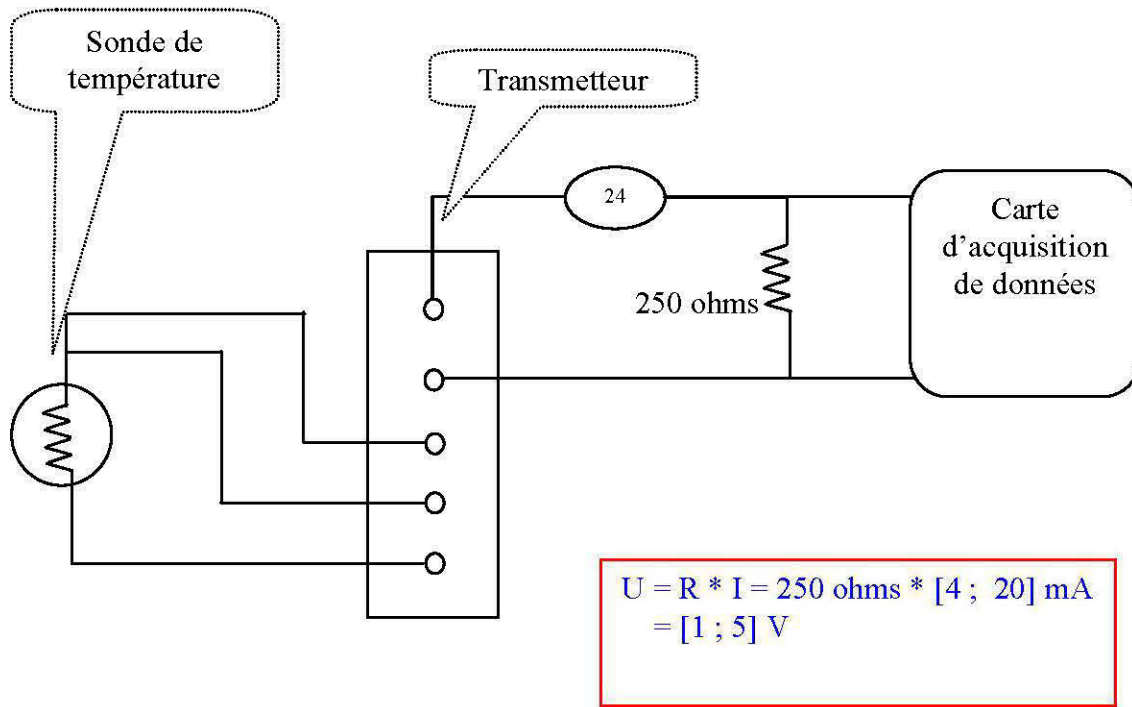
Le capteur LASER de déplacement (Figure A.II.6) traduit en variations de tension les variations de distance (comprises entre 50 millimètres et 350 millimètres) qu'il perçoit. Le capteur utilisé dans l'expérimentation élimine les dérives dues aux différences de luminosité, aux couleurs et aux états de surface.



Figure A.II.6: Le capteur LASER de déplacement

### A.II.7 La sonde de température et le transmetteur

Le transmetteur est l'intermédiaire entre la sonde de mesure et la carte d'acquisition de données. Il est présent dans l'appareillage, parce que la sortie analogique de la sonde est en courant de 4 à 20 milliampères. Le transmetteur comporte une résistance en parallèle de 250 ohms, qui permet, grâce à la loi d'ohm, d'obtenir une sortie analogique en tension entre 1 et 5 V (Figure A.II.7).



**Figure A.II.7 : Circuit de la sonde et du transmetteur**

### A.II.8 La carte d'acquisition de données et la boîte de jonction

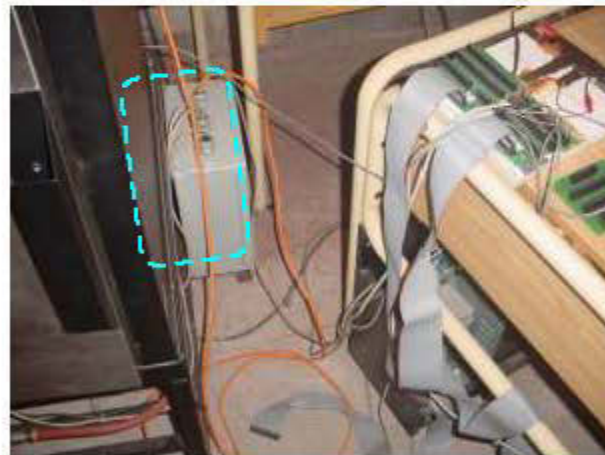
La boîte de jonction représente le pont entre les instruments de mesure et la carte d'acquisition de données (Figure A.II.8).





**Figure A.II.8 : Lien Instruments – Boite de jonction – ordinateur**

Elle est représentée ci-dessous (Figure A.II.9). La carte n'est pas visible sur la figure, car elle se trouve dans le disque dur de l'ordinateur.



**Figure A.II.9 : Boite de jonction**

### A.II.9 Le four à convection

Le four à convection est l'appareil qui permet de réaliser l'opération de soufflage. On voit son intérieur ci-dessous (Figure A.II.10). Il a été conçu pour que la température de l'expérience soit uniforme, et que l'arrivée d'air dans le four soit régulière et continue.



Figure A.II.10 : Vue de l'intérieur du four

### A.II.10 Le diffuseur

Afin que le flux d'air soufflé sur un échantillon de plastique au cours de l'expérience de soufflage soit mieux dirigé vers l'échantillon, on ajoute un diffuseur dans le circuit. Ce dernier est fixé dans le four, sur le trajet de l'air de soufflage.

### Annexe III : Données d'apprentissage

#### III.1 : Vecteurs pressions (entrées dans le réseau de neurones, couche d'entrée)

Test #1

0	0.00003	0.00009	0.00029	0.00075	0.0017	0.00445	0.00747	0.0137	0.02091
0.03251	0.04939	0.07269	0.10135	0.13453	0.16104	0.20301	0.23405	0.28113	0.32456
0.36663	0.4063	0.44568	0.47171	0.50456	0.53257	0.56231	0.58732	0.60926	0.62382
0.63751	0.64907	0.65852	0.66518	0.66758	0.66482	0.64857	0.61996	0.58423	0.54263
0.5001	0.48563	0.47174	0.45778	0.44289	0.42995	0.41605	0.40283	0.38992	0.37724
0.36464	0.35322	0.34153							

Test #2

0.00001	0.00003	0.0001	0.00034	0.00086	0.00194	0.00508	0.00853	0.01565	0.0239
0.03715	0.05644	0.08308	0.11583	0.15375	0.18405	0.23201	0.26749	0.32129	0.37093
0.41901	0.46434	0.50935	0.5391	0.57663	0.60866	0.64264	0.67121	0.69631	0.71294
0.72859	0.74179	0.75259	0.76021	0.76295	0.7598	0.7413	0.70853	0.66769	0.62013
0.57151	0.55496	0.53907	0.52314	0.50612	0.49133	0.47539	0.46034	0.4456	0.43087
0.4165	0.40321	0.39029							

Test #3

0.00001	0.00004	0.00012	0.00038	0.00096	0.00219	0.00572	0.0096	0.01761	0.02689
0.04175	0.06343	0.09336	0.13018	0.17285	0.20687	0.26086	0.30073	0.36126	0.41708
0.47144	0.52245	0.57308	0.60654	0.64876	0.68479	0.72302	0.75515	0.78336	0.80225
0.81984	0.83468	0.84683	0.85539	0.85846	0.85489	0.83406	0.7972	0.75099	0.69761
0.64299	0.62435	0.60651	0.5886	0.56943	0.55282	0.53488	0.51795	0.50131	0.48478
0.46861	0.45341	0.43896							

Test #4

0.00001	0.00004	0.00013	0.00042	0.00107	0.00243	0.00636	0.01067	0.01957	0.02987
0.04638	0.07047	0.10373	0.14464	0.192	0.22986	0.28984	0.33415	0.4014	0.46342
0.52383	0.58051	0.63676	0.67394	0.72085	0.76087	0.80336	0.83906	0.87041	0.89137
0.91094	0.92743	0.94091	0.95044	0.95385	0.94988	0.92673	0.88584	0.83467	0.77495
0.71431	0.69374	0.67388	0.65388	0.63261	0.61416	0.59426	0.57545	0.55699	0.5386
0.52064	0.50375	0.48772							

Test #5

0.00001	0.00005	0.00016	0.0005	0.00124	0.00277	0.00714	0.01179	0.02134	0.0321
0.04921	0.07392	0.10765	0.14868	0.1953	0.23089	0.28865	0.32909	0.3925	0.44949
0.50369	0.55375	0.603	0.63226	0.67176	0.70412	0.73931	0.76766	0.79185	0.80557
0.81847	0.8288	0.83661	0.84086	0.83925	0.82421	0.7938	0.74869	0.69648	0.63754
0.58038	0.56115	0.54266	0.52434	0.50444	0.48781	0.46813	0.45431	0.43834	0.42251
0.40761	0.39233	0.37704							

Test #6

0.00001	0.00005	0.00015	0.00048	0.00121	0.00272	0.00708	0.0118	0.02152	0.03265
0.05041	0.0762	0.11162	0.1549	0.20473	0.24366	0.30608	0.3511	0.42035	0.48348
0.54449	0.60116	0.65715	0.69254	0.73837	0.77679	0.81795	0.85187	0.88127	0.89967
0.91682	0.93099	0.94219	0.94938	0.95027	0.93983	0.91108	0.86523	0.81022	0.74747
0.6845	0.66298	0.64266	0.62239	0.60056	0.58215	0.56201	0.54328	0.5249	0.5066
0.48834	0.47205	0.45631							

Test #7

0.00001	0.00004	0.00013	0.00041	0.00103	0.00228	0.00584	0.00958	0.01725	0.02582
0.03948	0.05907	0.08572	0.11786	0.15432	0.1817	0.22661	0.25745	0.30648	0.35018
0.39152	0.42946	0.46672	0.48798	0.51755	0.54149	0.56781	0.5887	0.60639	0.61578
0.62451	0.63156	0.63675	0.63923	0.6371	0.62369	0.59881	0.56288	0.52195	0.47639
0.43214	0.41665	0.40254	0.38865	0.37341	0.3615	0.34737	0.3338	0.32023	0.30665
0.29308	0.27951	0.26594							

Test #8

0.00001	0.00005	0.00014	0.00044	0.00111	0.0025	0.00647	0.01073	0.01949	0.02949
0.04539	0.06841	0.09993	0.13829	0.18221	0.2162	0.27092	0.30987	0.37029	0.42501
0.47731	0.52594	0.57385	0.6033	0.64197	0.6742	0.70894	0.73726	0.76164	0.77624
0.7899	0.80101	0.80963	0.8148	0.81444	0.80271	0.77567	0.73419	0.68532	0.63006
0.57519	0.55632	0.53869	0.52115	0.5022	0.48651	0.46914	0.45314	0.43753	0.42201
0.40682	0.39303	0.3777							

Test #9

0.00001	0.00005	0.00014	0.00046	0.00114	0.00253	0.00649	0.01064	0.01917	0.02873
0.04386	0.06563	0.09524	0.13095	0.17147	0.20189	0.25179	0.28605	0.34053	0.38909
0.435	0.47719	0.51858	0.54221	0.57489	0.6015	0.63074	0.65396	0.67362	0.68407
0.694	0.70182	0.70757	0.71031	0.70794	0.69302	0.66535	0.62543	0.57994	0.52932
0.48018	0.46293	0.44725	0.43181	0.41488	0.40167	0.3866	0.37153	0.35665	0.34176
0.32688	0.31199	0.29711							

Test #10

0.00001	0.00004	0.00011	0.00035	0.00088	0.00198	0.00515	0.00858	0.01566	0.02376
0.03669	0.05546	0.08124	0.11274	0.14895	0.17732	0.22268	0.25544	0.3058	0.35172
0.39573	0.43693	0.47765	0.50339	0.53673	0.56467	0.5946	0.61928	0.64067	0.65406
0.66655	0.67685	0.68501	0.69025	0.69091	0.68334	0.66247	0.62916	0.58904	0.54348
0.49778	0.48222	0.46744	0.45268	0.43682	0.42344	0.40883	0.39522	0.38215	0.3689
0.35564	0.34398	0.32865							

Test #11

0.00001	0.00003	0.0001	0.00032	0.00081	0.00187	0.00493	0.00835	0.01547	0.02384
0.03731	0.05711	0.08466	0.11888	0.1589	0.19179	0.24324	0.28257	0.34125	0.39634
0.45029	0.502	0.55379	0.59012	0.6346	0.67352	0.71451	0.74993	0.78169	0.80476
0.82641	0.84528	0.86137	0.87389	0.88112	0.88856	0.87711	0.84835	0.80871	0.7602
0.70873	0.69111	0.67391	0.65647	0.638	0.62135	0.60364	0.58664	0.56982	0.55306
0.53656	0.52081	0.50636							

Test #12

0.00001	0.00003	0.0001	0.00033	0.00083	0.0019	0.005	0.00845	0.01559	0.02392
0.03731	0.05692	0.0841	0.11772	0.15686	0.18862	0.23855	0.27617	0.33269	0.38534
0.43658	0.48537	0.53404	0.56732	0.60855	0.64423	0.68191	0.71407	0.74264	0.76267
0.7814	0.7975	0.81097	0.82105	0.82603	0.828	0.81279	0.78162	0.74098	0.69253
0.64206	0.62486	0.60818	0.59138	0.57352	0.55766	0.5407	0.52455	0.50857	0.49279
0.47721	0.46246	0.44876							

Test #13

0.00001	0.00003	0.00009	0.0003	0.00077	0.00173	0.0045	0.0075	0.01368	0.02079
0.0321	0.04853	0.07109	0.09865	0.13033	0.15516	0.19484	0.22351	0.26757	0.30777
0.34636	0.38241	0.41803	0.44055	0.46961	0.49406	0.52025	0.54185	0.56057	0.57229
0.58322	0.59223	0.59937	0.60396	0.60454	0.59792	0.57963	0.5504	0.51545	0.47558
0.43562	0.42197	0.40905	0.39615	0.38229	0.37061	0.35804	0.34612	0.33433	0.32245
0.31059	0.29873	0.28687							

Test #14

0	0.00003	0.00009	0.00029	0.00073	0.00167	0.00438	0.0074	0.01364	0.02093
0.03264	0.0498	0.07359	0.103	0.13725	0.16504	0.20868	0.24159	0.29104	0.3371
0.38201	0.42471	0.4673	0.49641	0.53249	0.5637	0.59668	0.62482	0.65079	0.66828
0.68462	0.69866	0.71041	0.71918	0.72349	0.72471	0.71048	0.6835	0.6481	0.60583
0.56177	0.54676	0.53215	0.51751	0.50186	0.488	0.47317	0.45904	0.4451	0.43125
0.41756	0.40468	0.39276							

Test #15

0	0.00003	0.00008	0.00028	0.00071	0.00163	0.00431	0.00732	0.01353	0.02086
0.03264	0.04997	0.07407	0.10401	0.13904	0.16781	0.21278	0.24719	0.29853	0.34672
0.39401	0.43926	0.48457	0.51636	0.55527	0.58933	0.6252	0.65619	0.68497	0.70513
0.72404	0.74051	0.75456	0.76547	0.77145	0.777	0.76708	0.74206	0.70746	0.66508
0.62012	0.60474	0.58969	0.57447	0.55827	0.54368	0.52823	0.5133	0.49865	0.48399
0.46949	0.45576	0.44311							

Test #16

0	0.00003	0.00008	0.00027	0.0007	0.0016	0.00425	0.00723	0.01341	0.02074
0.03255	0.04997	0.07427	0.10456	0.14015	0.16968	0.21565	0.25126	0.3041	0.35403
0.40327	0.45065	0.49827	0.53237	0.57375	0.6103	0.64874	0.68229	0.7136	0.73621
0.7575	0.77626	0.79249	0.80518	0.8134	0.82378	0.81749	0.79492	0.76171	0.71986
0.67469	0.65905	0.64374	0.62823	0.61166	0.59669	0.58071	0.5653	0.55002	0.53475
0.51968	0.50516	0.49206							

Test #17

0	0.00003	0.00008	0.00026	0.00068	0.00157	0.00418	0.00714	0.01328	0.02059
0.0324	0.04985	0.07426	0.1048	0.14078	0.17089	0.21763	0.2542	0.30824	0.35958
0.41043	0.4596	0.50917	0.54527	0.58877	0.62752	0.66821	0.70404	0.73764	0.76248
0.78595	0.80683	0.8251	0.83974	0.84981	0.86496	0.86241	0.84257	0.81114	0.77028
0.72539	0.70967	0.69427	0.67858	0.66186	0.64654	0.63028	0.6145	0.59883	0.58313
0.5676	0.55261	0.5391							

Test #18



0	0.00002	0.00007	0.00023	0.00059	0.00134	0.0035	0.00587	0.01077	0.01644
0.02553	0.03879	0.0571	0.07961	0.10567	0.1265	0.15942	0.1838	0.22078	0.25489
0.28793	0.31909	0.35003	0.37048	0.39628	0.41829	0.44165	0.46129	0.47929	0.49079
0.5015	0.51054	0.51773	0.52293	0.5248	0.52185	0.50927	0.48691	0.45896	0.42156
0.38707	0.37174	0.35641	0.34108	0.32575	0.31042	0.29509	0.27976	0.26443	0.2491
0.23377	0.21845	0.20312							

Test #19

0	0.00002	0.00007	0.00022	0.00057	0.00131	0.00344	0.00581	0.01072	0.01645
0.02565	0.03913	0.05782	0.08093	0.10784	0.12967	0.16396	0.18983	0.22867	0.26486
0.30016	0.3337	0.36716	0.39003	0.41838	0.44291	0.46882	0.49093	0.51133	0.52507
0.53792	0.54895	0.55796	0.56487	0.56827	0.56882	0.55846	0.5372	0.50936	0.47905
0.45222	0.44455	0.43689	0.42923	0.42156	0.4139	0.40623	0.39857	0.3909	0.38324
0.37557	0.36791	0.36024							

Test #20

0	0.00002	0.00007	0.00022	0.00056	0.00128	0.00339	0.00575	0.01063	0.01639
0.02565	0.03926	0.0582	0.08172	0.10924	0.13185	0.16718	0.19422	0.23456	0.27243
0.30958	0.34513	0.38074	0.40571	0.43629	0.46305	0.49123	0.51558	0.53819	0.55403
0.56889	0.58163	0.59267	0.60125	0.60619	0.61048	0.60273	0.58306	0.55594	0.52277
0.47521	0.45988	0.44455	0.42923	0.4139	0.39857	0.38324	0.36791	0.35258	0.33725
0.32192	0.30659	0.29126							

Test #21

0	0.00002	0.00006	0.00021	0.00055	0.00126	0.00334	0.00568	0.01054	0.01629
0.02558	0.03926	0.05835	0.08216	0.11011	0.13332	0.16944	0.19742	0.23893	0.27817
0.31686	0.35409	0.3915	0.41829	0.4508	0.47952	0.50972	0.53608	0.56069	0.57845
0.59518	0.60972	0.62247	0.63267	0.63912	0.64723	0.64231	0.62458	0.59861	0.56584
0.53306	0.51773	0.5024	0.48707	0.47174	0.45641	0.44108	0.42575	0.41042	0.39509
0.37976	0.36443	0.3491							

Test #22

0	0.00002	0.00008	0.00025	0.00065	0.00149	0.00394	0.00671	0.01245	0.01925
0.03023	0.0464	0.06896	0.09709	0.13014	0.15756	0.20024	0.23331	0.28238	0.32874
0.37447	0.41846	0.46268	0.49435	0.53276	0.56671	0.6024	0.63355	0.66263	0.68363
0.70339	0.72081	0.73564	0.74769	0.75532	0.76491	0.75911	0.73815	0.70731	0.66848
0.62659	0.61197	0.59776	0.58336	0.56797	0.55403	0.5392	0.52489	0.5107	0.49654
0.48255	0.46911	0.45689							

Test #23

0	0.00003	0.00008	0.00026	0.00066	0.00152	0.00401	0.00679	0.01257	0.01937
0.03031	0.0464	0.06878	0.09658	0.12911	0.15583	0.19758	0.22953	0.27721	0.32196
0.36587	0.40788	0.44996	0.47948	0.51561	0.54724	0.58054	0.60932	0.63604	0.65476
0.67232	0.68762	0.70066	0.71053	0.71637	0.72146	0.71232	0.68907	0.65694	0.6176
0.57596	0.56153	0.54753	0.5334	0.51837	0.50491	0.49046	0.47669	0.46304	0.44942
0.436	0.42321	0.41143							

Test #24

0	0.00003	0.00008	0.00027	0.00068	0.00155	0.00407	0.00687	0.01266	0.01944
0.03031	0.04625	0.06833	0.09565	0.12745	0.15325	0.19377	0.22434	0.27025	0.31302
0.35473	0.39438	0.43392	0.46095	0.49445	0.52344	0.55406	0.58019	0.6043	0.62054
0.63572	0.64876	0.65967	0.66782	0.67153	0.67225	0.65997	0.63485	0.60192	0.56264
0.52172	0.50772	0.49422	0.48058	0.46605	0.45317	0.43934	0.42627	0.41334	0.40047
0.38783	0.37592	0.36468							

Test #25

0	0.00003	0.00008	0.00027	0.0007	0.00158	0.00413	0.00694	0.01273	0.01943
0.03017	0.04584	0.06748	0.09409	0.12488	0.1495	0.18841	0.21722	0.26092	0.30124
0.34028	0.37711	0.41367	0.43784	0.46833	0.49434	0.52195	0.54516	0.56643	0.58002
0.59269	0.60337	0.61209	0.61824	0.62016	0.61675	0.60182	0.57541	0.54234	0.5038
0.46442	0.45098	0.4381	0.42517	0.41134	0.39935	0.3864	0.37414	0.36232	0.35036
0.3393	0.32799	0.31709							

Test #26

0	0.00003	0.00009	0.00028	0.00071	0.00161	0.00419	0.00698	0.01272	0.0193
0.02981	0.04506	0.06601	0.0916	0.12102	0.14407	0.18088	0.20749	0.2484	0.28571
0.32154	0.35502	0.3881	0.40901	0.43609	0.4588	0.48312	0.50317	0.52142	0.53224
0.54233	0.55064	0.55721	0.56142	0.5619	0.55455	0.5378	0.5109	0.47856	0.44169
0.40481	0.39167	0.37971	0.36777	0.35497	0.34428	0.33236	0.32135	0.31038	0.29505
0.27972	0.26439	0.24906							

Test #27

0.00001	0.00006	0.00018	0.00056	0.00138	0.00304	0.00777	0.01265	0.02266	0.03371
0.05122	0.07632	0.11034	0.15116	0.19721	0.23114	0.28747	0.32532	0.38657	0.44066
0.49151	0.53789	0.58337	0.60809	0.64381	0.67232	0.70409	0.72897	0.75135	0.76135
0.77104	0.77852	0.78382	0.78579	0.7819	0.76281	0.7299	0.68354	0.63162	0.57421
0.51955	0.4998	0.48224	0.46081	0.44773	0.4331	0.41121	0.39588	0.38055	0.36522
0.34989	0.33456	0.31923							

Test #28

0.00001	0.00006	0.00017	0.00054	0.00135	0.00302	0.00779	0.01286	0.02327	0.03501
0.05368	0.08063	0.11742	0.162	0.21282	0.25161	0.31447	0.35855	0.42766	0.48978
0.54886	0.60343	0.65712	0.68903	0.73211	0.76744	0.80582	0.83674	0.86471	0.87955
0.89351	0.90468	0.91312	0.91768	0.91585	0.89933	0.86605	0.81679	0.75894	0.69576
0.63347	0.61335	0.59284	0.5726	0.55072	0.53289	0.51306	0.49774	0.48241	0.46708
0.45175	0.43642	0.42109							

Test #29

0.00001	0.00003	0.00011	0.00036	0.00092	0.0021	0.00555	0.00941	0.0174	0.02682
0.04197	0.06425	0.09524	0.13373	0.17876	0.21576	0.27357	0.31781	0.38382	0.44579
0.50658	0.56476	0.62302	0.66389	0.71393	0.75772	0.80383	0.84367	0.88068	0.90659
0.9309	0.95208	0.97015	0.98418	0.99225	1	0.98603	0.95388	0.90945	0.855
0.79718	0.77736	0.75801	0.73844	0.71763	0.69893	0.679	0.65992	0.64102	0.62218
0.60361	0.58584	0.56966							

Test #30

0.00001	0.00004	0.00011	0.00037	0.00094	0.00214	0.00564	0.00951	0.01754	0.02691
0.04197	0.06403	0.09461	0.13243	0.17646	0.2122	0.2683	0.31062	0.3742	0.43341
0.49116	0.54606	0.60081	0.63824	0.68463	0.72477	0.76716	0.80334	0.83673	0.85921
0.88023	0.89828	0.91339	0.92467	0.9302	0.93182	0.91356	0.87883	0.83329	0.77891
0.72222	0.70289	0.68413	0.66524	0.64511	0.62729	0.60822	0.59005	0.57214	0.55435
0.53684	0.52019	0.50485							

Test #31

0.00001	0.00008	0.00022	0.0007	0.00173	0.0038	0.00971	0.01581	0.02834	0.04216
0.06406	0.09544	0.13799	0.18903	0.24661	0.28904	0.35959	0.40693	0.48353	0.55117
0.61465	0.67264	0.72951	0.76041	0.80506	0.8407	0.88042	0.91151	0.93758	0.95031
0.96262	0.97214	0.97892	0.98149	0.97675	0.95313	0.91212	0.85581	0.78999	0.71789
0.64833	0.62506	0.60306	0.58158	0.5578	0.54011	0.51945	0.49774	0.48109	0.46576
0.45043	0.4351	0.41977							

Test #32

0.00001	0.00008	0.00023	0.00072	0.00174	0.00376	0.00944	0.0151	0.02666	0.03907
0.05867	0.08656	0.12408	0.1686	0.21825	0.25305	0.31329	0.35144	0.41645	0.47261
0.52478	0.57169	0.61769	0.63949	0.67499	0.70235	0.73419	0.75823	0.7799	0.78707
0.7947	0.80036	0.80402	0.80422	0.79777	0.77419	0.73592	0.68386	0.62761	0.57135
0.5151	0.49977	0.48444	0.46911	0.45378	0.43845	0.42312	0.40779	0.39246	0.37713
0.3618	0.34647	0.33114							

Test #33

0.00001	0.00008	0.00024	0.00073	0.00172	0.00368	0.00915	0.01445	0.02528	0.0367
0.05473	0.08032	0.11465	0.15515	0.20006	0.23054	0.28501	0.31819	0.37697	0.42709
0.47336	0.51467	0.55525	0.57265	0.60379	0.62727	0.65546	0.67627	0.6951	0.6999
0.70563	0.70978	0.71233	0.71173	0.70482	0.68267	0.64639	0.59794	0.54949	0.50103
0.45258	0.43725	0.42192	0.40659	0.39126	0.37593	0.3606	0.34527	0.32994	0.31462
0.29929	0.28396	0.26863							

Test #34

0.00001	0.00006	0.00019	0.0006	0.00148	0.00329	0.00844	0.01385	0.02495	0.03734
0.05701	0.08531	0.12381	0.17024	0.2229	0.26245	0.32723	0.37177	0.44258	0.5057
0.56539	0.62019	0.674	0.70473	0.74744	0.78202	0.82001	0.85021	0.87743	0.89083
0.90356	0.91358	0.92093	0.92436	0.92116	0.90151	0.86536	0.8133	0.75404	0.68813
0.62443	0.60192	0.5814	0.56128	0.53925	0.52204	0.49754	0.48645	0.46878	0.45121
0.43588	0.42055	0.40522							

Test #35

0.00001	0.00007	0.0002	0.00062	0.0015	0.00329	0.00833	0.01346	0.02396	0.03539
0.05348	0.07931	0.11418	0.1558	0.20249	0.23611	0.29294	0.33011	0.39163	0.44539
0.49563	0.54112	0.58572	0.60854	0.64323	0.67047	0.7014	0.72521	0.74663	0.75507
0.76352	0.76992	0.77427	0.77531	0.7703	0.74936	0.71473	0.66685	0.61411	0.55618
0.49826	0.48293	0.4676	0.45227	0.43694	0.42161	0.40628	0.39095	0.37562	0.36029
0.34496	0.32963	0.31431							

Test #36

0.00001	0.00006	0.00018	0.00059	0.00146	0.00327	0.00844	0.01393	0.02521	0.03793
0.05815	0.08735	0.12721	0.1755	0.23056	0.27258	0.34068	0.38843	0.46329	0.5306
0.59459	0.65371	0.71188	0.74645	0.79311	0.83139	0.87297	0.90648	0.93677	0.95285
0.96797	0.98007	0.98921	0.99415	0.99218	0.97427	0.93822	0.88486	0.82221	0.75374
0.68702	0.66394	0.64182	0.61999	0.59627	0.57721	0.55595	0.53651	0.51758	0.49373
0.47694	0.46161	0.44628							

Test #37

0.00001	0.00006	0.00019	0.00061	0.0015	0.00329	0.00841	0.01371	0.02455	0.03652
0.05549	0.08268	0.11953	0.16375	0.21364	0.2504	0.31142	0.35243	0.41879	0.47738
0.53247	0.58271	0.63198	0.65876	0.69746	0.72835	0.76277	0.78971	0.81396	0.8248
0.8353	0.8434	0.84914	0.85127	0.84706	0.82638	0.79072	0.7405	0.68424	0.62211
0.56285	0.54136	0.52236	0.50383	0.48329	0.46798	0.45003	0.4347	0.41937	0.40405
0.38872	0.37339	0.35806							

Test #38

0	0.00001	0.00004	0.00014	0.00035	0.00083	0.00221	0.00382	0.00716	0.01122
0.01782	0.02765	0.04152	0.05908	0.08004	0.09812	0.12592	0.14846	0.18133	0.21322
0.24533	0.27693	0.3092	0.3341	0.36353	0.3905	0.41883	0.44454	0.469	0.4886
0.50693	0.52419	0.53991	0.55362	0.56451	0.58742	0.58566	0.58543	0.5701	0.55477
0.53944	0.52411	0.51645	0.50878	0.50112	0.49345	0.48579	0.47812	0.47046	0.46279
0.45513	0.44746	0.4398							

Test #39

0	0.00002	0.00006	0.00021	0.00053	0.00121	0.00318	0.00534	0.00979	0.01495
0.02321	0.03526	0.05191	0.07237	0.09606	0.115	0.14493	0.16709	0.20071	0.23172
0.26176	0.29008	0.31821	0.3368	0.36025	0.38026	0.4015	0.41935	0.43572	0.44617
0.45591	0.46395	0.47068	0.47541	0.47711	0.47441	0.46297	0.44266	0.41743	0.38324
0.35258	0.33725	0.32192	0.30659	0.29126	0.27593	0.2606	0.24527	0.22994	0.21461
0.19928	0.18395	0.16862							

Test #40

0	0.00002	0.00007	0.00023	0.00056	0.00126	0.00325	0.00536	0.0097	0.01459
0.02237	0.0336	0.04893	0.0675	0.08867	0.10483	0.13103	0.1494	0.17819	0.20408
0.22869	0.25143	0.2738	0.2871	0.30504	0.31977	0.33576	0.34865	0.3603	0.36648
0.37229	0.37694	0.38028	0.38221	0.38148	0.374	0.36043	0.33153	0.30659	0.27593
0.24527	0.22994	0.21461	0.19928	0.18395	0.16862	0.15329	0.13797	0.12264	0.10731
0.09198	0.07665	0.06132							

Test #41

0	0.00002	0.00006	0.0002	0.00051	0.00117	0.00308	0.00523	0.00967	0.0149
0.02332	0.03569	0.05291	0.0743	0.09931	0.11987	0.15198	0.17656	0.21323	0.24766
0.28144	0.31376	0.34612	0.36883	0.39663	0.42095	0.44657	0.46871	0.48926	0.50366
0.51701	0.52877	0.5388	0.5466	0.55047	0.55508	0.548	0.53013	0.5056	0.49027
0.47494	0.45961	0.44428	0.42895	0.41362	0.3983	0.38297	0.36764	0.35231	0.33698
0.32165	0.30632	0.29099							

Test #42



0	0.00002	0.00006	0.00019	0.00049	0.00113	0.00299	0.0051	0.00949	0.01471
0.02315	0.03562	0.05306	0.07486	0.10056	0.12208	0.1555	0.18163	0.22024	0.25692
0.29326	0.32838	0.36416	0.38996	0.42105	0.44874	0.47782	0.50341	0.5267	0.54433
0.56111	0.57603	0.5891	0.59932	0.60651	0.61803	0.6162	0.60208	0.57263	0.53653
0.49821	0.48288	0.46755	0.45222	0.43689	0.42156	0.40623	0.3909	0.37557	0.36024
0.34491	0.32958	0.31425							

Test #43

0	0.00002	0.00006	0.00019	0.00049	0.00114	0.00301	0.00513	0.00954	0.01476
0.02321	0.03567	0.05308	0.0748	0.10037	0.12169	0.15486	0.18066	0.21887	0.25508
0.29086	0.32538	0.36048	0.38559	0.41596	0.44288	0.47118	0.49598	0.51848	0.53546
0.55134	0.56553	0.57787	0.58787	0.59392	0.60376	0.60059	0.58544	0.55186	0.51354
0.46755	0.45222	0.42923	0.40623	0.38324	0.36024	0.33725	0.31425	0.29126	0.26827
0.24527	0.22228	0.19928							

### III.2 : Vecteurs des paramètres mécaniques-normalisés (couche de sortie)

Expérience No	$g_0$	$\tau$
Test #1	0.38889	0.44444
Test #2	0.44444	0.44444
Test #3	0.5	0.44444
Test #4	0.61111	0.44444
Test #5	0.61111	0.38889
Test #6	0.61111	0.33333
Test #7	0.5	0.30556
Test #8	0.55556	0.30556
Test #9	0.55556	0.36111
Test #10	0.44444	0.38889
Test #11	0.44444	0.5
Test #12	0.44444	0.55556
Test #13	0.38889	0.38889
Test #14	0.38889	0.5
Test #15	0.38889	0.55556
Test #16	0.38889	0.61111
Test #17	0.38889	0.66667
Test #18	0.30556	0.44444
Test #19	0.30556	0.5
Test #20	0.30556	0.55556
Test #21	0.30556	0.61111
Test #22	0.36111	0.61111
Test #23	0.36111	0.55556
Test #24	0.36111	0.5
Test #25	0.36111	0.44444
Test #26	0.36111	0.38889
Test #27	0.66667	0.27778
Test #28	0.66667	0.33333
Test #29	0.5	0.55556
Test #30	0.5	0.5
Test #31	0.83333	0.27778
Test #32	0.83333	0.22222
Test #33	0.83333	0.19444
Test #34	0.72222	0.25
Test #35	0.72222	0.30556
Test #36	0.72222	0.33333
Test #37	0.22222	1
Test #38	0.72222	0.27778

Test #39	0.27778	0.44444
Test #40	0.27778	0.33333
Test #41	0.27778	0.55556
Test #42	0.27778	0.66667
Test #43	0.27778	0.63889

### Annexe IV : Validation de l'apprentissage

Expérience No	Paramètres estimés		Paramètres théoriques	
	$g_0$	$\tau$	$g_0$	$\tau$
Test #1	0.38889	0.44444	0.43153	0.45738
Test #2	0.44444	0.44444	0.47926	0.46797
Test #3	0.5	0.44444	0.52209	0.47513
Test #4	0.61111	0.44444	0.56059	0.47886
Test #5	0.61111	0.38889	0.60619	0.38772
Test #6	0.61111	0.33333	0.60849	0.43307
Test #7	0.5	0.30556	0.49522	0.37276
Test #8	0.55556	0.30556	0.56784	0.41112
Test #9	0.55556	0.36111	0.54524	0.37264
Test #10	0.44444	0.38889	0.47714	0.42674
Test #11	0.44444	0.5	0.45696	0.5459
Test #12	0.44444	0.55556	0.47061	0.50868
Test #13	0.38889	0.38889	0.42425	0.41962
Test #14	0.38889	0.5	0.4287	0.49592
Test #15	0.38889	0.55556	0.42011	0.53125
Test #16	0.38889	0.61111	0.40893	0.56295
Test #17	0.38889	0.66667	0.39668	0.59076
Test #18	0.30556	0.44444	0.33066	0.44581
Test #19	0.30556	0.5	0.36944	0.46048
Test #20	0.30556	0.55556	0.33928	0.50696
Test #21	0.30556	0.61111	0.33935	0.53601
Test #22	0.36111	0.61111	0.39086	0.55263
Test #23	0.36111	0.55556	0.39964	0.52178
Test #24	0.36111	0.5	0.40544	0.48766
Test #25	0.36111	0.44444	0.40593	0.45126
Test #26	0.36111	0.38889	0.39147	0.41875
Test #27	0.66667	0.27778	0.61704	0.34989
Test #28	0.66667	0.33333	0.64695	0.38314
Test #29	0.5	0.55556	0.49022	0.55621
Test #30	0.5	0.5	0.50885	0.51769
Test #31	0.83333	0.27778	0.72624	0.32807
Test #32	0.83333	0.22222	0.67535	0.30602
Test #33	0.83333	0.19444	0.62415	0.30312
Test #34	0.72222	0.25	0.67472	0.3596
Test #35	0.72222	0.30556	0.63412	0.32794

Test #36	0.72222	0.33333	0.67957	0.38212
Test #37	0.22222	1	0.65883	0.34232
Test #38	0.72222	0.27778	0.275	0.57461
Test #39	0.27778	0.44444	0.29812	0.43874
Test #40	0.27778	0.33333	0.25752	0.38192
Test #41	0.27778	0.55556	0.31739	0.49978
Test #42	0.27778	0.66667	0.30896	0.54232
Test #43	0.27778	0.63889	0.2836	0.54618

**Annexe V : Vecteur des pressions mesurées (normalisés)**

0.00008	0.00031	0.00046	0.00169	0.00429	0.00766	0.02253	0.05033	0.08286	0.11832
0.15662	0.19664	0.23844	0.28137	0.32524	0.36882	0.41247	0.45556	0.4984	0.54032
0.58124	0.61734	0.64042	0.65447	0.66256	0.66539	0.66451	0.66018	0.65317	0.64369
0.63268	0.61991	0.60633	0.5924	0.57806	0.56282	0.54815	0.53303	0.51839	0.50365
0.48912	0.4749	0.43475	0.39806	0.36385	0.33323	0.30544	0.2807	0.27318	0.26549
0.25812	0.25125	0.24438							