

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN ABITIBI-TÉMISCAMINGUE

ÉCOLE DE GÉNIE

CONCEPTION ET CARACTÉRISATION NUMÉRIQUE D'UNE POMPE À TURBINE  
VERTICALE DE GRANDE CAPACITÉ

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

PAR

MBOCK SINGOCK THOMAS ALPHONSE

MARS 2018



# BIBLIOTHÈQUE

Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue  
Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue

## **Mise en garde**

La bibliothèque du Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue et de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue a obtenu l'autorisation de l'auteur de ce document afin de diffuser, dans un but non lucratif, une copie de son œuvre dans Depositum, site d'archives numériques, gratuit et accessible à tous.

L'auteur conserve néanmoins ses droits de propriété intellectuelle, dont son droit d'auteur, sur cette œuvre. Il est donc interdit de reproduire ou de publier en totalité ou en partie ce document sans l'autorisation de l'auteur.

## **Warning**

The library of the Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue and the Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue obtained the permission of the author to use a copy of this document for non-profit purposes in order to put it in the open archives Depositum, which is free and accessible to all.

The author retains ownership of the copyright on this document. Neither the whole document, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

*« Je ne connais pas de livre achevé,  
Je ne connais que des livres interrompus. »*

*Paul-Armand Valéry (1871-1945)*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier le Prof. Guyh Dituba Ngoma mon directeur de recherche qui n'a ménagé aucun effort pour ce travail. Ses conseils, sa rigueur, son sens critique et sa grande disponibilité ont été d'une importance capitale pour l'évolution de ce mémoire. Qu'il retrouve ici l'expression de toute ma reconnaissance et de mon grand respect.

J'exprime ma sincère gratitude envers le département de l'innovation de Technosub, à Monsieur Marco Vincent en particulier, pour leur collaboration et disponibilité durant ce projet. J'y vois ici les germes d'une prochaine collaboration sur d'autres sujets scientifiques concernant les activités scientifiques de l'entreprise.

Je suis aussi reconnaissant à tous les enseignants de l'UQAT qui nous ont accompagnés durant ce programme de maîtrise en ingénierie.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Gabriel Ekemb et Joseph Song-Manguellé qui n'ont cessé de nous encadrer et de nous encourager dans le cheminement de la recherche au sein du GREIS. Qu'ils voient en ce travail le fruit de leur abnégation.

Mes pensées vont à tous les membres de ma famille pour le soutien à toute épreuve et l'aide apportée dans mes études depuis mon enfance. Qu'ils sachent que je les aime.

Je n'oublie pas mes camarades de promotion et de laboratoire, A. Mohand, F. Kifumbi et Z. Boutaichi pour votre aide et les moments passés ensemble.

Ma tendre affection à ma conjointe My Lys Rose pour ton abnégation, ta patience et ton Amour et à toi ma fille Alice Allen qui illumine mon univers. Je vous aime...

## RÉSUMÉ

La conception et la caractérisation d'une pompe à turbine verticale de grande capacité exigent une bonne connaissance des paramètres de la pompe et de l'impact de la nature des écoulements auxquels elle est soumise. Dans le cadre de ce mémoire, il était question d'améliorer une pompe à turbine verticale (PTV) existante afin qu'elle ait de meilleures performances lorsqu'elle est soumise à un écoulement dont le fluide est de l'eau chargée de particules solides. Partant du point de conception caractérisé par un débit de 396 m<sup>3</sup>/h, une hauteur manométrique de 35 m et une vitesse de rotation de 1785 tr/min, la pompe a été classifiée comme étant de type Francis. Les approches de dimensionnement de la pompe centrifuge et de la pompe à écoulement mixte ont été combinées pour obtenir les paramètres de l'impulseur, du diffuseur et de la cloche d'aspiration. En appliquant la mécanique des fluides numériques sous le code ANSYS-CFX, les résultats ont été obtenus et validés par comparaison avec les résultats expérimentaux fournis par l'entreprise Technosub. L'étude a été faite sur 2, 3 et 4 étages en analysant les champs de pression et les performances. Le modèle ainsi validé a révélé la chute drastique des performances sous l'écoulement diphasique. Une analyse de la vitesse et de la fraction de volume de chaque phase a été faite et a démontré que la géométrie de la pompe sous investigation favorise l'obturation des canaux hydrauliques. Sur cette base, deux types de géométries visant à corriger ce défaut ont été développés. Celle élargissant le canal hydraulique du diffuseur de 13,6% a été adoptée. Avec cette configuration, une nette amélioration a été observée sur le rendement et la hauteur manométrique, alors que la puissance à l'arbre augmentait.

**Mots clés :** Pompe à turbine verticale (PTV), écoulement diphasique, particules solides, impulseur, diffuseur, mécanique des fluides numériques (MFN)

## ABSTRACT

The design and characterization of a high capacity vertical turbine pump requires a good knowledge of the pump parameters and the impact of the nature of the flows to which it is subjected. The purpose of this thesis was to improve an existing vertical turbine pump (PTV) so that it performs better when subjected to a flow whose fluid is solid particle laden water. Starting from the design point characterized by a flow rate of 396 m<sup>3</sup>/h, a head of 35 m and a rotation speed of 1785 rpm, the pump was classified as Francis. The design approaches of the centrifugal pump and the mixed flow pump have been combined to obtain the parameters of the impeller, the diffuser and the suction bell. By applying computational fluid dynamics (CFD) under the ANSYS-CFX code, the results were obtained and validated by comparison with the experimental results provided by Technosub. The study was done on 2, 3 and 4 stages by analyzing the pressure fields and the performances. The validated model revealed the drastic drop in hydraulics performances under two-phase flow. An analysis of the speed and the volume fraction of each phase was made and demonstrated that the geometry of the pump under investigation favors the closing of the hydraulic channels. Basis on this, two types of geometries aimed at correcting this defect have been developed. The one widening the hydraulic channel of the diffuser at 13.6% was adopted. With this configuration, a significant improvement was observed in the efficiency and the head, as the power to the shaft increased.

**Keywords:** Vertical Turbine Pump (VTP), Diphasic Flow, Solid Particles, Impeller, Diffuser, Computational Fluid Dynamic (CFD).

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	ii
RÉSUMÉ .....	iii
ABSTRACT.....	iv
TABLE DES MATIÈRES .....	v
LISTE DES FIGURES.....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xii
LISTES DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS .....	xiii
CHAPITRE 1 .....	1
INTRODUCTION .....	1
1.1 Contexte et problématique .....	1
1.2 Objectifs .....	4
1.2.1 Objectif général .....	4
1.2.2 Objectifs spécifiques .....	4
1.3 Méthodologie et démarche scientifique .....	4
1.3.1 Dimensionnement des composantes de la PTVM.....	6
1.3.2 Développement du modèle numérique de la PTVM.....	6
1.3.3 Transposition au modèle à grande capacité.....	6
1.4 Organisation du mémoire .....	6
CHAPITRE 2 .....	8
POMPES À TURBINE VERTICALE.....	8
2.1 Notions sur les PTVs.....	8

2.2	Organes constitutifs d'une PTV .....	9
2.3	Principe de fonctionnement de la PTV .....	11
CHAPITRE 3 .....		12
ÉTAT DE L'ART SUR LE DIMENSIONNEMENT DES PTVMS.....		12
3.1	Transfert d'énergie dans les pompes.....	12
3.1.1	Triangles de vitesses.....	12
3.1.2	Application de l'équation de la quantité de mouvement à l'impulseur.....	13
3.1.3	Rendements .....	14
3.2	Dimensionnement des composantes de la PVM .....	15
3.2.1	Vitesse spécifique et ses implications .....	16
3.2.2	Impulseur.....	18
3.2.3	Diffuseur.....	27
3.2.4	Cloche d'aspiration .....	30
CHAPITRE 4 .....		32
MODÉLISATION D'ÉCOULEMENT DES FLUIDES .....		32
4.1	Modélisation mathématiques.....	32
4.1.1	Équations de continuité et de Navier-Stokes.....	33
4.1.2	Modélisation de la turbulence .....	34
4.1.3	Conditions aux limites.....	37
4.1.4	Méthode de résolution des équations [22].....	38
4.2	Implémentation numérique .....	39
4.2.1	Module DesignModeler.....	40
4.2.2	Module Meshing.....	40
4.2.3	Module CFX-Pre .....	41
4.2.4	Module CFX-Solver .....	43



4.2.5	Module CFX-Post.....	43
CHAPITRE 5	.....	45
ÉCOULEMENT DIPHASIQUE : EAU ET PARTICULES SOLIDES	.....	45
5.1	Généralités sur les écoulements multiphasiques .....	45
5.1.1	Terminologie .....	45
5.1.2	Paramètres de la phase polydispersée .....	46
5.1.3	Caractéristiques des eaux chargées de particules solides.....	48
5.2	Équations régissant l'écoulement diphasique [22].....	50
5.2.1	Hypothèses sur l'écoulement diphasique .....	50
5.2.2	Fraction de volume $r_a$ .....	51
5.2.3	Équations de continuité et de Navier-Stokes.....	52
5.2.4	Équation de conservation du volume .....	53
5.2.5	Trajectoire des particules solides : modèle lagrangien.....	54
5.3	Implémentation numérique de l'écoulement diphasique.....	55
5.3.1	Transport de particules solides.....	55
5.3.2	Particules solides dispersées.....	56
CHAPITRE 6	.....	57
VALIDATION NUMÉRIQUE DU MODÈLE DE RÉFÉRENCE	.....	57
6.1	Résultats de l'écoulement monophasique .....	57
6.1.1	Paramètres géométriques et opérationnels .....	57
6.1.2	Résultats numérique sur un étage de PTV .....	58
6.2	Validation du modèle numérique .....	60
CHAPITRE 7	.....	64
ANALYSE DES RÉSULTATS ET ADAPTABILITÉ À L'ÉCOULEMENT		
DIPHASIQUE	.....	64

7.1 Modèles multi-étages .....	64
7.1.1 Performances hydrauliques .....	65
7.1.2 Analyse des champs de pression et de vitesse.....	67
7.2 Analyse du modèle diphasique.....	70
7.2.1 Performances hydrauliques .....	70
7.2.2 Comportement des phases continue et discrète.....	71
7.2.3 Conclusion sur l'analyse diphasique .....	81
7.3 Proposition d'amélioration de la géométrie .....	81
7.3.1 Taux de dilatation volumique.....	81
7.3.2 Cas 1 : Élargissement des canaux hydrauliques au diffuseur.....	82
7.3.2 Cas 2 : Réduction des aubes de l'impulseur et du diffuseur .....	85
CHAPITRE 8 .....	86
CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....	86
8.1 Conclusion.....	86
8.2 Perspectives .....	88
RÉFÉRENCES.....	90
ANNEXES .....	93
A. Équation de la quantité de mouvement appliquée à un corps tournant .....	93
B. Obtention du profil de vitesses .....	95

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Synoptique du projet.....	5
Figure 2.1: Classification d'une PTVM.....	8
Figure 2.2: Principales composantes d'une PTV.....	10
Figure 3.1: Triangles des vitesses en entrée et en sortie de l'impulseur.....	13
Figure 3.2: Classification des pompes en fonction de la vitesse spécifique $N_s$ [4].....	17
Figure 3.3: Paramètres géométriques de l'impulseur .....	18
Figure 3.4: Coefficients de vitesses en fonction de la vitesse spécifique cinématique [2] .....	19
Figure 3.5: Diamètres de l'impulseur en fonction de la vitesse spécifique $N_{imp}$ et des coefficients de Stepanoff [17] .....	24
Figure 3.6: Profil de l'aube [17] .....	26
Figure 3.7: Dimensions principales du diffuseur .....	27
Figure 3.8: Ratio $l/D_{2m}$ en fonction de la vitesse spécifique [13] .....	28
Figure 3.9: Dimensions principales de la cloche d'aspiration.....	31
Figure 4.1: Principaux modules d'ANSYS-CFX.....	39
Figure 4.2: Maillage des éléments de la première cellule de la pompe générée par le module <i>Meshing</i> .....	40
Figure 4.3: Maillage des domaines numériques; position relative des parties statique et rotative avec un maillage discontinu.....	41
Figure 4.4: Aspect du premier étage après configuration sous CFX-Pre.....	42
Figure 5.1: Courbe de tamisage $d_{85} = 3$ mm. ....	46
Figure 5.2: Monographie reliant les concentrations aux gravités spécifiques [32].....	48
Figure 5.3: Distribution des particules solides dans la phase porteuse; mélanges pseudo-homogène (a), hétérogène partiellement stratifié (b) et hétérogène pleinement stratifié (c). ....	50

Figure 6.1: Hauteur manométrique, puissance à l'arbre et rendement en fonction du débit.....	59
Figure 6.2: Variation de la pression, la hauteur manométrique et de la vitesse en fonction du débit .....	60
Figure 6.3: Hauteur manométrique en fonction du débit .....	61
Figure 6.4: Rendement en fonction du débit.....	62
Figure 6.5: Écarts relatifs de la hauteur et du rendement en fonction des débits.....	62
Figure 7.1: Modèle 3 étages d'une PTV.....	64
Figure 7.2: Hauteur manométrique en fonction du débit des modèles à 2, 3 et 4 étages. ....	65
Figure 7.3: Puissance à l'arbre en fonction du débit des modèles à 2, 3 et 4 étages...	66
Figure 7.4: Rendement en fonction du débit des modèles à 2, 3 et 4 étages.....	66
Figure 7.5: Pression (a) et vitesse (b) de la PTV à 2 étages au débit $Q = 283,75 \text{ m}^3/\text{h}$ .....	67
Figure 7.6: Pression (a) et vitesse (b) de la PTV à 3 étages au débit $Q = 283,75 \text{ m}^3/\text{h}$ .....	68
Figure 7.7: Pression (a) et vitesse (b) de la PTV à 4 étages au débit $Q = 283,75 \text{ m}^3/\text{h}$ .....	68
Figure 7.8: Vecteurs champs d'écoulement dans un modèle 3 étages simplifié.....	69
Figure 7.9: Performances de l'écoulement diphasique en comparaison avec de l'eau claire .....	70
Figure 7.10: Trajectoire des particules solides.....	71
Figure 7.11: Contour de fraction de volume des particules solides pour $C_v = 10\%$ (a) et $C_v = 30\%$ (c) ; fraction de volume de l'eau à $C_v = 90\%$ (b) et $C_v = 70\%$ (d); $\phi = 1\text{mm}$ , $d = 2$ et $Q = 383,75 \text{ m}^3/\text{h}$ . ....	72
Figure 7.12: Vitesse moyenne en sortie de l'écoulement monophasique et des différents écoulements diphasiques, phase solide $\phi = 1\text{mm}$ , $C_v = 10\%$ et $d = [1, 2, 3]$ .....	73

Figure 7.13: Fraction de volume des phases en sortie du diffuseur en fonction du débit, phase solide $\phi = 1mm$ , $Cv = 10\%$ et $d = [1, 2, 3]$ .....	75
Figure 7.14: Vitesse moyenne en sortie de l'écoulement monophasique et des différents écoulements diphasiques, phase solide $\phi = 2mm$ , $d = 2$ et $Cv (\%) = [10, 20, 30]$ . ....	76
Figure 7.15: Fraction de volume des phases en sortie du diffuseur en fonction de débit, phase solide $\phi = 2mm$ , $d = 2$ et $Cv (\%) = [10, 20, 30]$ .....	77
Figure 7.16: Vitesse moyenne en sortie de l'écoulement monophasique et des différents écoulements diphasiques, phase solide $\phi (mm) = [1, 2, 3]$ ; $d = 2$ et $Cv = 20\%$ . ....	78
Figure 7.17: Fraction de volume des phases en sortie du diffuseur en fonction de débit, phase solide $\phi (mm) = [1, 2, 3]$ ; $d = 2$ et $Cv = 20\%$ . ....	78
Figure 7.18: Distribution spatiale de la fraction de volume en sortie du diffuseur des particules solides (1 <sup>ère</sup> rangée) et de l'eau (2 <sup>ième</sup> rangée), phase solide $\phi = 2mm$ , $Cv = 30\%$ et $d = 2$ .....	79
Figure 7.19: Vitesse en sortie du diffuseur des phases discrète (1 <sup>ère</sup> rangée) et continue (2 <sup>ième</sup> rangée), phase solide $\phi = 2mm$ , $Cv = 30\%$ et $d = 2$ .....	80
Figure 7.20: Élargissement des canaux hydrauliques du diffuseur.....	83
Figure 7.21: Hauteur manométrique des modèles I7D8 et I7D7 sous les écoulements monophasique (eau) et diphasique (eau et particules solides) en fonction du débit ...	83
Figure 7.22: Puissance à l'arbre des modèles I7D8 et I7D7 sous les écoulements monophasique (eau) et diphasique (eau et particules solides) en fonction du débit ...	84
Figure 7.23: Rendement des modèles I7D8 et I7D7 sous les écoulements monophasique (eau) et diphasique (eau et particules solides) en fonction du débit ...	84
Figure B.1: Géométrie d'une étage de la PTV (a); géométrie simplifiée de la cloche d'aspiration (b).....	95
Figure B.2: Profil de vitesse en entrée de la cloche d'aspiration.....	100

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1: Nombre d'aubes du diffuseur en fonction de ceux de l'impulseur. ....	30
Tableau 5.1: Paramètres de la phase discrète dans la morphologie « <i>dispersed solid</i> » .....	56
Tableau 6.1: Paramètres dimensionnels des organes de pompe .....	57
Tableau 7.1: Écarts relatifs des performances hydrauliques entre le modèle de base et le modèle proposé .....	85

## LISTES DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

### Alphabet latin

<i>Symbole</i>	<i>Grandeur physique</i>	<i>Unité</i>
$a_h$	section transversale du moyeu	$m^2$
$A$	surface latérale	$m^2$
$A_{\alpha\beta}$	surface de contact interphase	$m^2$
$b$	hauteur du canal	$m$
$c_0$	vitesse axiale	$m/s$
$C_p$	coefficient de Pfeleiderer	-
$C_m$	pourcentage massique des particules	-
$C_v$	pourcentage volumique des particules	-
$d_0$	diamètre d'entrée	$m$
$d_w$	diamètre des particules solides	$m$
$D$	diamètre	$m$
$D_h$	diamètre du moyeu	$m$
$D_{sh}$	diamètre de l'arbre	$m$
$e$	épaisseur des aubes	$m$
$F$	force	$N$
$F_i$	terme source	$N/m^3$
$g$	accélération gravitationnelle	$m/s^2$
$GS_s$	gravité spécifique des particules	-
$GS_{st}$	gravité spécifique de la phase continue	-
$H$	hauteur manométrique	$m$
$H_{th}$	hauteur théorique	$m$
$K_{cm}$	coefficient de vitesse	-
$l_c$	longueur axiale des aubes du diffuseur	$m$
$L$	longueur	$m$
$m$	masse	$kg$
$\dot{m}$	débit massique	$kg/s$
$M_\alpha$	total des forces sur une phase	$N$

N	vitesse de rotation	tr/min
$N_s$	vitesse spécifique	tr/min.(m <sup>3</sup> /s) <sup>1/2</sup> /m <sup>3/4</sup>
p	pression	Pa
$p_a$	pression absolue	Pa
$P_h$	puissance hydraulique	W
$P_m$	puissance mécanique à l'arbre	W
$P_{df}$	perte par frottement du fluide sur le disque	W
$P_{ij}$	perte par frottement dû aux roulements et aux joints	W
$\rho$	pression modifiée	Pa
Q	débit	m <sup>3</sup> /s
$Q_L$	débit de fuite	m <sup>3</sup> /s
r, R	rayon	m
$r_\alpha$	fraction de volume d'une phase	-
$Re$	nombre de Reynolds	-
$S_{M\alpha}$	terme source de l'écoulement diphasique	N/m <sup>3</sup>
t	temps	s
t	pas de l'aube	m
T	couple	N.m
U	vitesse d'entraînement	m/s
V	vitesse absolue	m/s
$V_m$	vitesse méridionale	m/s
$V_u$	composante tangentielle de la V	m/s
W	vitesse relative	m/s
$y^+$	distance à la paroi adimensionnelle	-
z	nombre d'aubes de l'impulseur	-
$z_d$	nombre d'aubes du diffuseur	-
$z_c$	nombre d'aubes de la cloche d'aspiration	-

### Alphabet grec

<i>Symbole</i>	<i>Grandeur physique</i>	<i>Unité</i>
$\alpha$	angle du bord d'attaque et de fuite	°



$\beta$	angle du bord d'attaque et de fuite	$^{\circ}$
$\gamma$	poids spécifique	$\text{N/m}^3$
$\delta$	angle d'incidence	$^{\circ}$
$\eta$	rendement global	-
$\eta_h$	rendement hydraulique	-
$\eta_m$	rendement mécanique	-
$\eta_v$	rendement volumétrique	-
$\kappa$	constante de Von Karmann	-
$\mu$	viscosité dynamique	$\text{Pa.s}$
$\mu_t$	viscosité turbulente	$\text{Pa.s}$
$\rho$	masse volumique	$\text{kg/m}^3$
$\tau$	contrainte de cisaillement maximale	$\text{Pa}$
$\tau_{ij}$	tenseur des contraintes de cisaillement	$\text{Pa}$
$\psi$	facteur d'aubes	-
$\omega$	vitesse angulaire	$\text{rad/s}$
$\varphi$	coefficient de constriction	-

### Indice

1	entrée impulseur
2	sortie impulseur
3	entrée diffuseur
4	sortie diffuseur
$\alpha$	phase quelconque dans un écoulement diphasique
$\beta$	phase quelconque dans un écoulement diphasique

# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION

La nécessité de déplacer les fluides a conduit au développement des mécanismes exploitant le transfert d'énergie. Ces mécanismes sont exploités de nos jours dans divers domaines; les pompes en font partie. Dans le but de drainer ou de contrôler le niveau d'un liquide, les pompes sont particulièrement appréciées [1]. Leur diversification, soutenue par une amélioration continue fait qu'elles occupent une place prépondérante dans l'industrie. Ce chapitre s'attarde globalement sur les motivations de l'étude d'une pompe à turbine verticale (PTV) soumise aux écoulements mono et diphasiques.

### 1.1 Contexte et problématique

Les pompes à turbine verticale multi-étages (PTVMs) sont de plus en plus utilisées dans de nombreuses applications industrielles, en particulier, dans l'exploitation minière et dans les sites miniers en construction, comme c'est le cas dans la région de l'Abitibi-Témiscamingue (Québec, Canada). Ces pompes jouent un rôle important dans le drainage, l'assèchement et le contrôle du niveau d'eau. La défaillance d'une PTVM peut avoir un impact très néfaste sur l'environnement et la sécurité en milieu du travail.

Le processus de conception, de fabrication et de caractérisation de ce type de pompe est une tâche fastidieuse et coûteuse pour les fabricants de pompes. Ceci est dû non seulement à un grand nombre de paramètres à considérer dans la morphologie complexe des éléments de pompe, mais aussi à la difficulté de mouler avec précision les composantes de la pompe telles que l'impulseur, le diffuseur, la volute, ainsi qu'à la fabrication et aux caractérisations expérimentales des prototypes. À cette difficulté

morphologique conventionnelle liée à toutes les pompes, s'ajoute le fait que le fluide dans l'environnement minier est très chargé de particules solides.

L'impulseur et le diffuseur sont les composantes essentielles d'une PTV. Ces performances en termes de hauteur manométrique, de puissance à l'arbre et de rendement en dépendent largement. Pour avoir une pompe ayant de meilleures performances, les paramètres de conception et d'opération, tels que le diamètre, la largeur des aubes, les angles des aubes, l'épaisseur des aubes de l'impulseur et du diffuseur doivent être déterminés avec précision et de façon optimale. Le processus de conception par formulation empirique est présenté par [1, 2].

Les méthodes de conception de PTV ne sont pas encore pleinement développées et il se présente une nécessité de les améliorer ou de mettre en avant leur optimisation [3]. En effet, se limiter de nos jours à l'étape de conception sans investiguer sur les possibilités d'amélioration des résultats de base obtenus serait insuffisant. Le développement de plusieurs codes numériques commerciaux, de plus en plus fiables qui permettent de prédire les performances de la pompe en conception est ainsi remarqué. En plus, l'approche numérique offre la possibilité d'analyser le comportement des écoulements des fluides en 2D et 3D. L'observation des champs d'écoulement, permet de visualiser entre autres, les zones de recirculation causant des pertes d'énergie. Celles-ci pouvant être évitées par la correction de la morphologie de la composante de la pompe à cette zone. Les chercheurs [3-6] qui ont opté pour cette approche dans les turbomachines ont toutefois obtenu des résultats satisfaisants.

Dans plusieurs travaux de recherche antérieurs sur les PTVMs [5, 7-9], un seul étage de pompe a été considéré. Cependant, dans le cas d'une pompe à écoulement mixte, Stel et al. [3] ont mené une investigation numérique sur 5 étages et ont conclu que l'étude sur 3 étages suffirait à représenter objectivement le modèle d'écoulement sur une PTV, en intégrant les interactions entre étages. En ce qui concerne les

caractéristiques du fluide, l'effet de la viscosité sur les performances des pompes en général est largement étudié dans la littérature. En outre, l'influence d'un fluide chargé de particules est très peu investiguée. Différents auteurs [10, 11] ont étudié la question du transfert de masse ou au mieux les effets de la phase solide (particules) sur les écoulements dans des pompes centrifuges. Ils concluent que le diamètre et la densité des particules sont les paramètres principaux influençant les performances de la pompe. En effet, la hauteur manométrique et le rendement décroissent lorsque la densité ou le diamètre des particules croît pour un écoulement diphasique dans une pompe centrifuge. Dans la littérature parcourue, presque aucune ne fait allusion aux PTVMs.

C'est là où réside l'intérêt de notre étude.

En effet, les PTVMs disponibles actuellement dans l'industrie minière en générale et en particulier dans la région de l'Abitibi-Témiscamingue exigent un besoin d'amélioration pour satisfaire aux conditions d'exploitation de plus en plus exigeantes compte tenu de la profondeur des mines et de la caractéristique des eaux chargées produites.

Considérant ce qui précède et dans l'optique de réduire les coûts associés à la conception tout en maximisant ses performances, une approche numérique pour développer une PTVM est proposée. Cette démarche intègre, en pleine charge et à charge partielle, les conditions réelles d'exploitation dans les mines de la région. Cette étude permet entre autres, à l'entreprise régionale Technosub d'optimiser les étapes de conception, de fabrication et de caractérisation des performances des PTVMs à grande capacité soumise à un écoulement dont le fluide est constitué des particules solides et de l'eau.

## **1.2 Objectifs**

Les objectifs dans le cadre de ce travail de recherche sont subdivisés en deux catégories.

### **1.2.1 Objectif général**

Ce travail consiste à développer une approche numérique pour la conception d'une PTVM capable de drainer de l'eau de mine fortement chargée tout en maximisant ses performances.

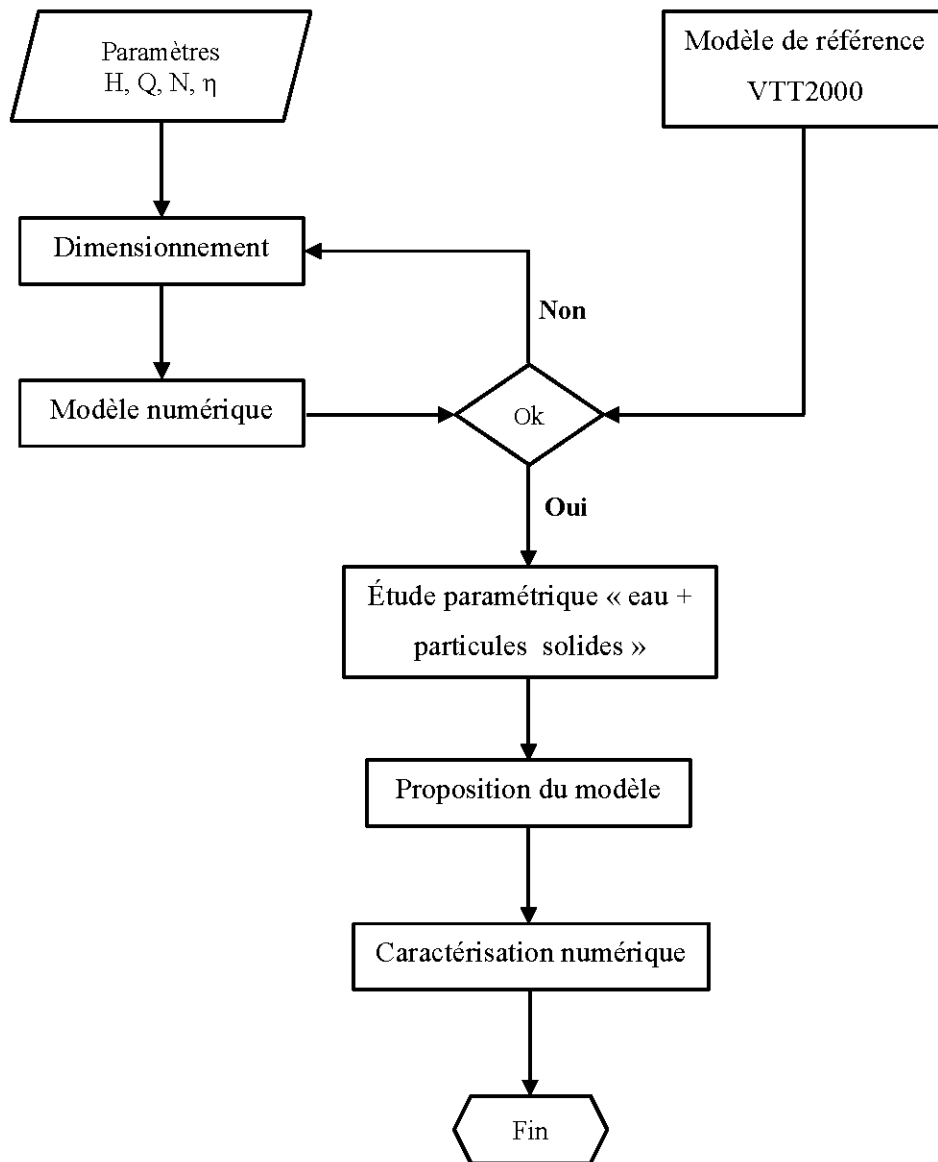
### **1.2.2 Objectifs spécifiques**

Une approche graduelle nous permettra d'atteindre l'objectif général mentionné ci-dessus :

- i. Concevoir par formulations empiriques et modélisation numérique une PTVM rencontrant les spécifications du modèle de référence VTT 2000 ;
- ii. Transposer le modèle obtenu à un modèle de PTVM, capable de drainer de l'eau de mine fortement chargée.

## **1.3 Méthodologie et démarche scientifique**

Pour atteindre les objectifs énoncés ci-dessus, l'approche sera basée sur la formulation semi-empirique, l'investigation numérique et la validation avec des résultats expérimentaux selon le synoptique de la figure 1.1.



**Figure 1.1:** Synoptique du projet

### **1.3.1 Dimensionnement des composantes de la PTVM**

Le dimensionnement des organes de la pompe se fait par une formulation semi-empirique rigoureuse. L'approche semi-empirique dans ce cadre doit être intégrée comme une démarche théorique dont les lois ou formules et les graphes utilisés vérifient l'expérimentation. Pour ce faire, le point de conception de la pompe de référence est considéré comme la variable globale de dimensionnement. En d'autres termes, le modèle numérique doit rencontrer les spécifications dudit point de référence. Cette démarche constitue une étape pour obtenir les dimensions du prototype de base.

### **1.3.2 Développement du modèle numérique de la PTVM**

Sur la base des dimensions obtenues, une modélisation 3D du domaine fluide est faite sous le logiciel INVENTOR avec la possibilité de paramétrer les constituantes du diffuseur, de l'impulseur et de la cloche d'aspiration. Ce modèle sera par la suite chargé sous le logiciel ANSYS-CFX aux fins de maillage, de configuration de l'écoulement et de simulation. Les résultats obtenus sont comparés au modèle de référence pour validation.

### **1.3.3 Transposition au modèle à grande capacité**

Le modèle de référence est dimensionné en considérant de l'eau claire comme fluide. Cette partie du travail consiste donc à transposer le modèle obtenu, ayant pour fluide l'eau claire à un modèle capable de pomper de l'eau de mine chargée. Cette investigation est menée sous ANSYS-CFX par l'application de la théorie des écoulements multiphasiques.

## **1.4 Organisation du mémoire**

Le travail est organisé de manière à répondre graduellement à l'objectif visé. Ainsi, le chapitre 2 présente brièvement la pompe à turbine verticale. Le chapitre 3 s'attarde sur

l'état de l'art des PTVs, en mettant en relief les approches de dimensionnement des principales composantes de la pompe. Le chapitre 4 met en exergue les équations qui régissent les écoulements, leur approche de résolution numérique et le code utilisé à cet effet. Le chapitre 5 fait allusion à la transposition des notions précédemment évoquées à une PTV à grande capacité, en considérant un écoulement diphasique. Le chapitre 6 s'étend sur les résultats et la validation numérique du modèle de référence. Le chapitre 7 présente l'analyse des résultats des écoulements monophasique multi-étage et diphasique du modèle validé, en faisant une proposition d'une nouvelle géométrie qui améliore les performances de la PTV lorsque celle-ci est soumise à un écoulement diphasique. Le dernier chapitre présente la conclusion et les perspectives.



## CHAPITRE 2

### POMPES À TURBINE VERTICALE

Avant d'aborder l'étude proprement dite du sujet, il est nécessaire d'avoir un aperçu sur les pompes à turbine verticale. Ce chapitre va présenter de manière succincte la description de ce type de pompe, leur principe de fonctionnement et leur place dans l'industrie.

#### 2.1 Notions sur les PTVs

Globalement, une pompe est un dispositif de conversion d'énergie. Cette conversion est faite par interaction entre le fluide et des composantes en mouvement. Les pompes sont subdivisées en deux grandes catégories : les pompes roto-dynamiques et les pompes à déplacement positif [12]. La pompe sous investigation dans ce travail peut être classée suivant la direction de l'écoulement et selon la disposition des éléments qui la constituent comme sur la figure 2.1.

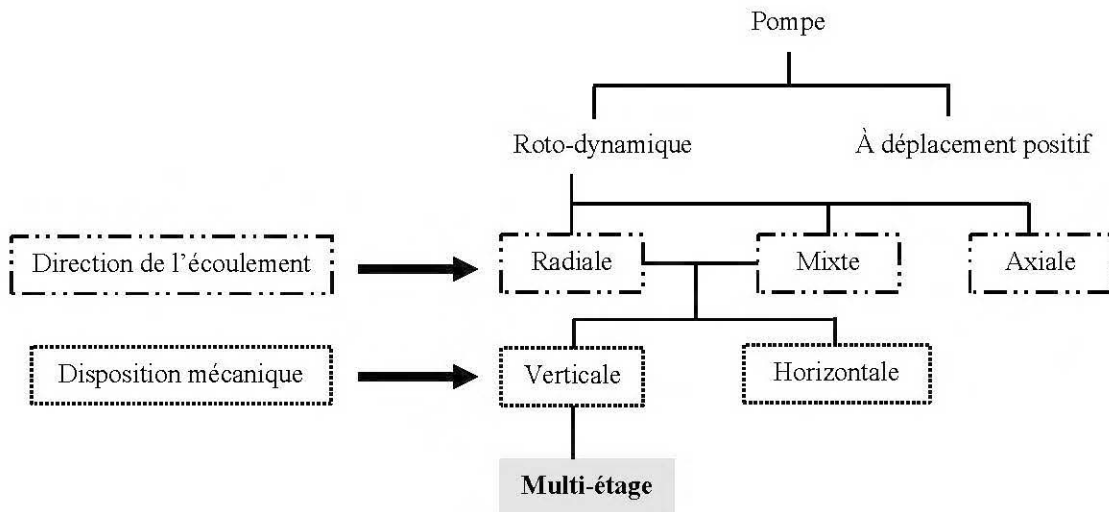


Figure 2.1: Classification d'une PTVM

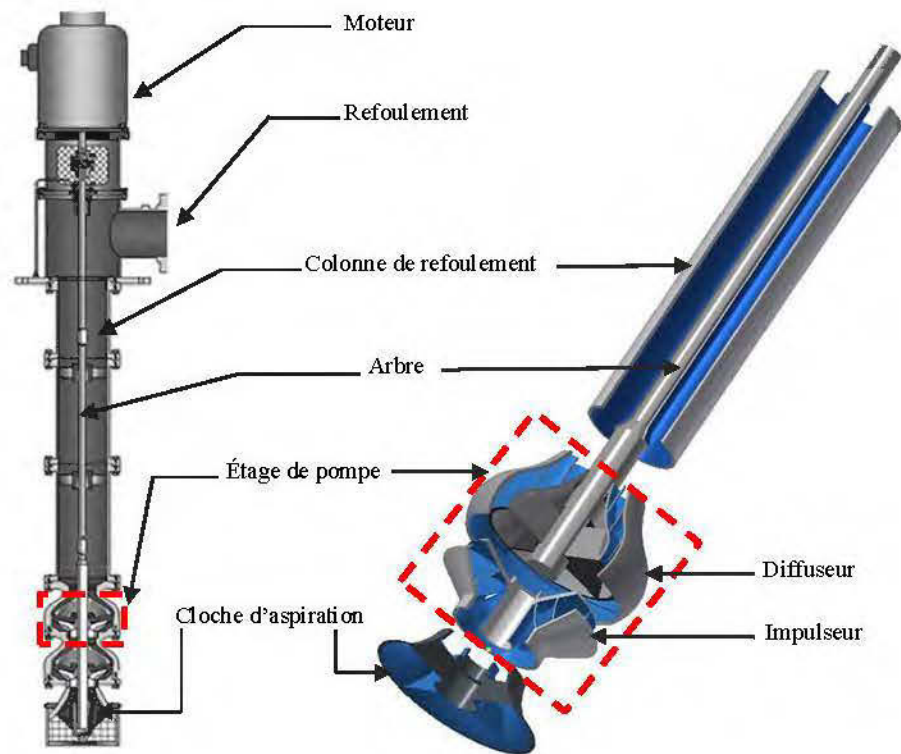
Selon David Gordon Wilson, la première pompe connue avec diffuseur ayant des aubes a été brevetée par Osborne Reynolds et était connue sous le nom de pompe à turbine. Ces pompes ont été les premières à être utilisées pour élever l'eau des puits de petit diamètre et des bassins d'irrigation [13]. En effet, le concept de base des impulseurs et diffuseurs verticalement empilés a incité au développement des unités de pompage de petit diamètre, d'où le qualificatif « multi-étage ». Les pompes à turbine verticale multi-étages sont capables de fournir de grands débits d'eau à partir de puits profonds. Cette particularité a permis d'élargir le spectre d'utilisation des PTVs dans différents types d'industries. C'est ainsi qu'elles se retrouvent dans les industries minière, pétrochimique, de traitement d'eau, etc...

## **2.2 Organes constitutifs d'une PTV**

La pompe à turbine verticale est constituée des éléments suivants tels qu'indiqués à la figure 2.1:

- le moteur : dépendamment de l'application, il peut être submersible ou non ;
- l'arbre de transmission : couplé au moteur, il transmet le mouvement de rotation à l'impulseur et peut souvent être très long lorsque le moteur n'est pas submersible. Pour se faire, il doit être bien dimensionné pour éviter des défaillances mécaniques telles que le flambement ;
- le diffuseur : c'est l'organe statique. Il canalise le fluide en provenance de la composante en rotation qui est l'impulseur ;
- la cloche d'aspiration : elle est essentiellement sur le premier étage de la pompe et est le passage hydraulique avant l'impulseur permettant d'augmenter graduellement la vitesse du fluide. Elle a une double fonction notamment, réduire les perturbations à l'aspiration de la pompe, servir de support à la grille de filtration si nécessaire et à l'arbre d'entraînement.

- la colonne de refoulement : elle est dimensionnée de manière à limiter les vitesses d'écoulement et les pertes de charge. Elle peut être installée en porte-à-faux.



Diffuseur Technosub



Impulseur Technosub

**Figure 2.2:** Principales composantes d'une PTV

### **2.3 Principe de fonctionnement de la PTV**

Les termes « pompe roto-dynamique » et « pompe à impulseur » ont été initialement introduits par H. Addison [2]. Dans ce type de pompe, l'organe en rotation est l'impulseur qui est couplé à un arbre entraîné par un moteur électrique. Par cette rotation, l'énergie cinétique est transmise au fluide en raison de la différence de vitesse entre l'entrée de l'impulseur et son bord de fuite. Les aubes directionnelles du diffuseur transforment cette vitesse (énergie cinétique) en pression (énergie potentielle) à mesure que le canal de passage de l'aube augmente. En sortie, le fluide est supposé être redirigé axialement.

Les caractéristiques de fonctionnement d'une pompe à turbine verticale sont fonction de la conception de l'impulseur, du diffuseur et de la vitesse de rotation impulsée par un moteur électrique.

## CHAPITRE 3

### ÉTAT DE L'ART SUR LE DIMENSIONNEMENT DES PTVMS

Tout processus de conception d'une pompe vise des objectifs spécifiques. Ces objectifs sont liés aux conditions d'exploitation futures de la pompe. L'exercice de dimensionnement devra donc tenir compte de plusieurs paramètres; initialement du couplage structure-fluide qui, dans ce cas précis, traduit le transfert d'énergie de la structure au fluide. Le présent chapitre expose les différentes approches de conception dédiées aux pompes et celles appliquées dans le cadre de cette étude.

#### 3.1 Transfert d'énergie dans les pompes

Dans les pompes, la puissance du rotor est communiquée au fluide sous forme d'énergie par les aubes de l'impulseur. Le fluide en mouvement quitte l'impulseur sous une haute pression avec une grande énergie cinétique sous des angles révélés par des triangles de vitesses

##### 3.1.1 Triangles de vitesses

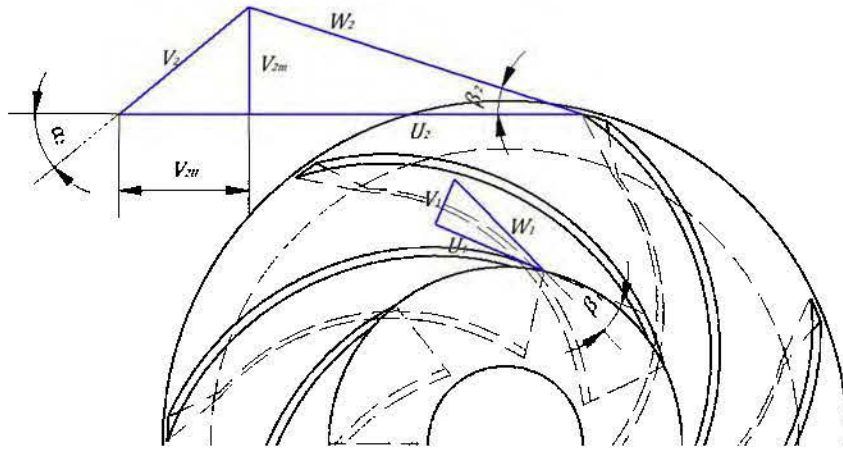
Les triangles de vitesse dans une PTV présentent les vecteurs vitesses et leurs composantes qui caractérisent l'écoulement à l'entrée et à la sortie de l'impulseur et du diffuseur. Les composantes desdits vecteurs reliés par la somme vectorielle  $V = U + W$  permettent de déterminer les angles sous lesquels le fluide est absorbé et refoulé.

La détermination des triangles de vitesses représentés à la figure 3.1, résulte de l'application de l'équation 3.1 à l'impulseur telle que développée au paragraphe 3.1.2.

$$\sum \underline{M} = \dot{m} \left[ (V \times r)_{\text{sortie}} - (V \times r)_{\text{entrée}} \right] \quad (3.1)$$

où  $\sum \underline{M}$  représente la somme des moments extérieurs agissant sur le corps en rotation.

Cette équation traduit la conservation de la quantité de mouvement appliquée à un élément de volume fluide tournant en régime permanent. L'annexe A.1 fournit les éléments de calcul permettant d'aboutir à l'équation 3.1.



**Figure 3.1:** Triangles des vitesses en entrée et en sortie de l'impulseur.

### 3.1.2 Application de l'équation de la quantité de mouvement à l'impulseur

L'écoulement est considéré unidimensionnel à travers l'impulseur qui est le volume de contrôle. La figure 3.1 présente les principales variables d'un impulseur. En appliquant l'équation 3.1 entre l'entrée et la sortie de l'impulseur, il en résulte le couple d'entraînement  $T$  de l'impulseur :

$$\sum \underline{M} = T = \dot{m} [\underline{V}_2 \times \underline{r}_2 - \underline{V}_1 \times \underline{r}_1] \quad (3.2)$$

Le débit massique est  $\dot{m} = \rho Q$  et suivant les triangles de vitesse à la figure 3.1,

$$\underline{V}_1 \times \underline{r}_1 = V_{1r_1} \cos \alpha_1 = U_{1r_1} \quad (3.3)$$

L'équation 3.2 devient :

$$T = \rho Q (U_2 r_2 - U_1 r_1) \quad (3.4)$$

En multipliant l'expression 3.4 par la vitesse angulaire de rotation  $\omega$  de l'impulseur et comme  $U_i = r_i \omega$ , l'expression de la puissance à l'arbre exercée sur l'impulseur est ainsi déduite :

$$P_s = T\omega = \rho Q (U_2 V_{2u} - U_1 V_{1u}) \quad (3.5)$$

Par ailleurs, la puissance hydraulique est définie par l'équation :

$$P_h = \gamma Q H_{th} \quad (3.6)$$

En considérant idéalement que la puissance à l'arbre est égale à la puissance hydraulique, il en résulte l'expression de Leonhard Euler, fondamentale dans le domaine des turbomachines.

$$gH_{th} = U_2 V_{2u} - U_1 V_{1u} \quad (3.7)$$

Cette équation est basée sur la conservation de la quantité de mouvement dont 3.7 représente la formulation simplifiée pour l'énergie hydraulique d'une pompe [12].

### 3.1.3 Rendements

Le rendement global  $\eta$  dans une pompe est le ratio entre la puissance hydraulique  $P_h$  et la puissance à l'arbre  $P_s$ .

$$\eta = \frac{P_h}{P_s} \quad (3.8)$$

Les principales pertes prises en compte dans une pompe sont hydraulique, mécanique et volumétrique. De ces pertes, le rendement global  $\eta$  peut être déduit:

$$\eta = \eta_h \eta_m \eta_v \quad (3.9)$$

Le rendement hydraulique est le rapport entre la hauteur réelle  $H$  délivrée par la pompe et la hauteur théorique  $H_{th}$ . Karassik et al. [14], cité par [12] définit le rendement hydraulique par l'équation empirique suivante :

$$\eta_h = 1 - \frac{0.8}{Q^{1/4}} \quad (3.10)$$

où  $Q$  est le débit volumétrique en gpm.

Le rendement volumétrique est caractérisé par les débits de fuite internes en entrée et en sortie de la pompe. Dans la littérature, la description du rendement mécanique se limite à la prise en compte des pertes par frottement de tous les organes mécaniques. Peng [12] définit ces rendements comme suit :

$$\eta_m = \frac{P_m - P_{rj} - P_{df}}{P_m} \quad (3.11)$$

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + Q_L} \quad (3.12)$$

### 3.2 Dimensionnement des composantes de la PVM

Le dimensionnement de la pompe suit une ou plusieurs approches motivées par des objectifs assignés et est conditionnée par l'environnement d'exploitation de la pompe. Cette démarche constitue la première étape pour obtenir un prototype de base caractérisé par la vitesse spécifique.



### 3.2.1 Vitesse spécifique et ses implications

La vitesse spécifique adimensionnelle  $N_s$  est un facteur de forme qui permet de classer les pompes et de déterminer le type d'impulseur utilisable dans une application spécifique sans référence à la taille ou aux dimensions de celle-ci. Elle est définie par :

$$N_s = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \quad (3.13)$$

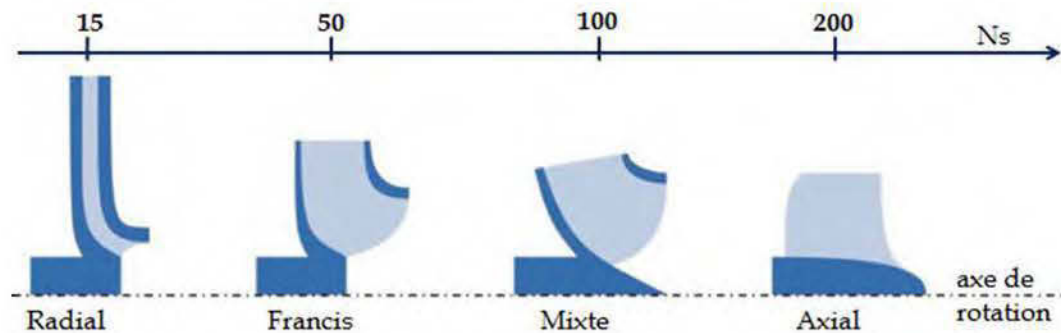
Plusieurs autres formulations de la vitesse spécifique se trouvent dans la littérature. Dans le système impérial, le terme  $g^{3/4}$  est omis et la vitesse spécifique, aussi appelée dans ce cas nombre de Brauer devient :

$$N_{imp} = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (3.14)$$

où N en tr/min, Q en gpm et la hauteur H en pi.

Les variables permettant de calculer la vitesse spécifique sont choisies au point de dimensionnement. La formulation 3.14 est plus utilisée par les constructeurs de pompe.

Dans le cadre de ce travail, le dimensionnement par du point caractérisé par le débit  $Q = 0,11 \text{ m}^3/\text{s}$ , la hauteur de refoulement  $H = 35 \text{ m}$  et la vitesse de rotation  $N = 1785 \text{ tr/min}$ . A partir de ces trois paramètres, la vitesse spécifique adimensionnelle calculée est de 46. La pompe sous investigation est de type Francis selon la figure 3.2.



**Figure 3.2:** Classification des pompes en fonction de la vitesse spécifique  $N_s$  [4]

La valeur de la vitesse spécifique cinématique en unité impériaux calculée à partir de l'équation 3.14 est de 2126,34. Le nombre type ( $N_T$ ) par lequel la classification des pompes peut aussi se faire est déduit suivant l'équation 3.15 [13] :

$$N_T = 3,656 \cdot 10^{-4} N_{imp} \quad (3.15)$$

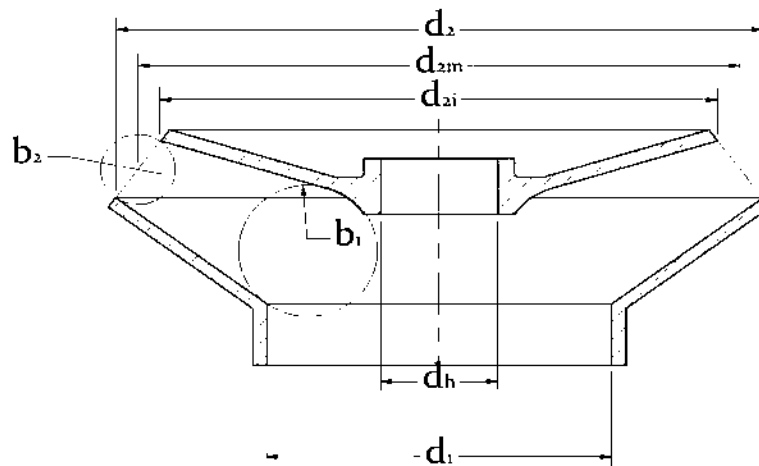
Les pompes de type Francis physiquement, expriment la transition de l'écoulement radiale à l'écoulement mixte. Les processus de conception des pompes assurant ces deux types d'écoulement sont clairement établis. Cependant, les processus de dimensionnement propres aux pompes à turbine verticale de type Francis ne sont pas clairement établis. Un choix doit être fait entre les deux types d'écoulement qui bornent la pompe sous investigation.

En effet, Badr et al. [15] qualifient de centrifuge les pompes telles que le nombre type soit dans l'intervalle de 0,183 à 1,83 et à écoulement mixte pour l'intervalle compris entre 1,47 et 3,67. Les auteurs précisent que dans l'intervalle allant de 1,47 à 1,83, le choix est porté à une configuration de pompe à écoulement mixte. Autrement dit, en dessous de 1,47; le processus de dimensionnement est celui d'un écoulement centrifuge. Par ailleurs, Dicmas [13] présente sur l'intervalle de 0,55 à 4,95 m processus de dimensionnement par formulation empirique et Patel et al. [16] à la vitesse

spécifique de 1,45 fait une investigation numérique des pompes verticales à écoulement mixte. Dans le cadre de ce travail, le nombre type est de 0,777. En ramenant l'intervalle de 0,55 à 1,47, il s'avère que deux approches de dimensionnement peuvent être exploitées : les pompes centrifuges et les pompes à écoulement mixte dont les approches de dimensionnement sont bien connues.

### 3.2.2 Impulseur

Le dimensionnement de l'impulseur consiste à déterminer les différents paramètres dimensionnels représentés sur la figure 3.3.



**Figure 3.3:** Paramètres géométriques de l'impulseur

#### a. Détermination des paramètres d'entrée

##### – Vitesses en entrée

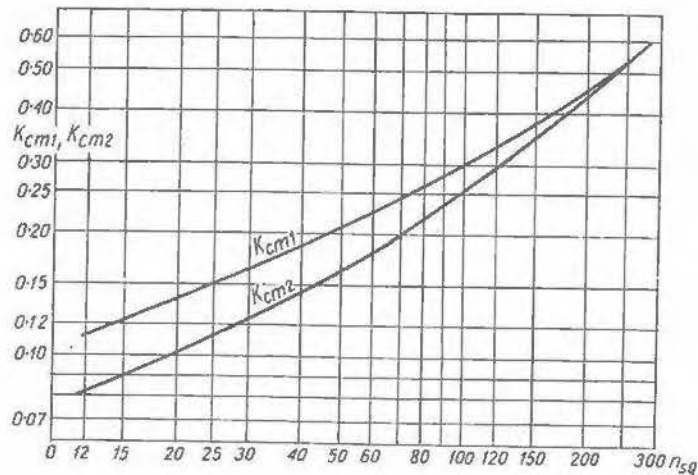
La composante méridionale de la vitesse absolue  $V_{1m}$  est définie par la formule :

$$V_{1m} = K_{cm1} \sqrt{2gH} \quad (3.16)$$

où  $K_{cm1}$  est le coefficient de vitesse déduit des courbes de Stepanoff de la figure 3.4.

La vitesse axiale  $c_0$  est définie en considérant les perturbations créées par la rotation de l'arbre et la cloche d'aspiration.

$$c_0 = (0.8 - 0.9) V_{1m} \quad (3.17)$$



**Figure 3.4:** Coefficients de vitesses en fonction de la vitesse spécifique cinématique [2]

– **Diamètre d'entrée  $d_0$**

Le diamètre d'entrée est déduit du diamètre minimum de l'arbre  $d_{sh}$  capable de transmettre le couple  $T$  requis. Ce diamètre est calculé par [12]:

$$d_{sh} = \left( \frac{16T}{\pi\tau} \right)^{1/3} \quad (3.18)$$

La suite du processus de calcul est issue de [2]. Le diamètre du moyeu  $d_h$  est déterminé par la relation :

$$d_h = (1.3-1.4)d_{sh} \quad (3.19)$$

La surface transversale du moyeu est définie par  $a_h = \frac{\pi d_h^2}{4}$  et la surface libre en entrée

est  $A_0 = \frac{1}{c_0} \frac{Q}{\eta_v}$  où le quotient  $\frac{Q}{\eta_v}$  est le débit incluant les fuites internes à travers les

anneaux d'aspiration. Le diamètre d'entrée est finalement déduit par la formule :

$$d_0 = \left[ \frac{4(A_0 + a_h)}{\pi} \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

#### - Angle d'attaque $\beta_1$

Ayant le diamètre d'entrée  $d_1$ , la vitesse périphérique  $U_1$  est calculée par la formule :

$$U_1 = \left( \frac{\pi N}{60} \right) d_1 \quad (3.21)$$

En supposant  $\alpha = 90^\circ$ , l'angle réel du bord d'attaque est déduit par la relation :

$$\beta_1 = \arct\left( \frac{V_{1m}}{U_1} \right) + \delta_1 \quad (3.22)$$

où la relation trigonométrique  $\arct\left( \frac{V_{1m}}{U_1} \right)$  représente l'angle d'attaque idéal auquel est

ajoutée l'incidence de correction  $\delta_1$  comprise dans l'intervalle de 2 à 6 degrés dans le but d'atteindre le débit requis.

#### - Hauteur du canal d'entrée $b_1$

La hauteur du canal d'entrée est calculée par l'équation :

$$b_1 = \varphi_1 \frac{1}{\pi d_1} \frac{Q}{\eta_v V_{1m}} \quad (3.23)$$

où le quotient  $\varphi_1 \frac{Q}{\eta_v V_{1m}}$  représente la surface latérale en entrée des impulseurs au niveau des aubes.  $\varphi_1$  est le coefficient de constriction traduisant la réduction de la surface du bord d'attaque lorsque les aubes sont prises en compte.

## **b. Détermination des paramètres de sortie**

### **– Vitesses en sortie**

Partant de la figure 3.4 pour la détermination du coefficient de vitesse  $K_{cm2}$ , la composante méridionale de la vitesse en sortie est déterminée par la formulation :

$$V_{2m} = K_{cm2} \sqrt{2gH} \quad (3.24)$$

Pour des pompes centrifuges, les triangles de vitesse aux bords d'attaque et de fuite sont obtenus en considérant les angles d'entrée  $\beta_1$  et de sortie  $\beta_2$  constants. Par souci de simplification, l'écoulement est considéré sans pré-rotation, ce qui se traduit par le choix de  $V_{1u} = 0$ .

L'équation 3.7 devient :

$$gH_{th} = U_2 V_{2u} = U_2 \left( U_2 - \frac{V_{2m}}{\tan \beta_2} \right) \quad (3.25)$$

La racine positive de cette équation est prise pour le calcul de la vitesse  $U_2$ :

$$U_2 = \frac{V_{2m}}{2 \tan \beta_2} + \sqrt{\left( \frac{V_{2m}}{2 \tan \beta_2} \right)^2 + gH_{th}} \quad (3.26)$$

Dans la suite, le processus de calcul vise à déterminer les valeurs numériques de toutes les variables permettant de satisfaire l'équation 3.26. Pour ce faire, des hypothèses doivent être émises sur l'angle de fuite  $\beta_2$  et sur le ratio  $r_1/r_2$  des rayons d'entrée et de sortie de l'impulseur. Ces hypothèses, au besoin, peuvent être réévaluées suivant les résultats préliminaires.

#### – Facteur d'aubes $\psi$

Le facteur d'aubes est déterminé par l'équation semi-empirique:

$$\psi = (1 - 1,2)(1 + \sin \beta_2) \frac{r_1}{r_2} \quad (3.27)$$

Lorsque l'impulseur est conçu pour une pompe avec des aubes de retour comme c'est le cas dans ce travail, le coefficient assigné au facteur d'aubes est 1, dans le cas contraire, ce coefficient est 1,2.

#### – Facteur de correction de Pfleiderer $C_p$

Le facteur de correction de Pfleiderer est une approche introduite par [17] et reprise par [2] permettant de calculer la hauteur réduite due au glissement pour un nombre fini d'aubes. Ainsi, la hauteur théorique  $H$  pour un nombre fini d'aubes est :

$$H = \frac{1}{1 + C_p} H_{th} \quad (3.28)$$

où  $C_p$  est le facteur de correction de Pfleiderer compris entre 0,25 et 0,35 pour un dimensionnement préliminaire.

En émettant une hypothèse sur le nombre d'aubes  $Z$  du diffuseur, le facteur de correction  $C_p$  est calculé suivant l'équation :

$$C_p = \frac{2\psi}{z} \left( 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right)^{-1} \quad (3.29)$$

L'introduction de ce facteur dans l'équation 3.26 conduit à l'expression :

$$U_2 = \frac{V_{2m}}{2 \tan \beta_2} + \sqrt{\left( \frac{V_{2m}}{2 \tan \beta_2} \right)^2 + gH (1 + C_p)} \quad (3.30)$$

Une fois  $U_2$  déterminée, le diamètre de l'impulseur au bord de fuite (diamètre extérieur) peut être calculé à partir de la formulation suivante :

$$d_2 = \frac{60U_2}{\pi N} \quad (3.31)$$

Après avoir calculé  $d_2$ , toutes les variables sur lesquelles les hypothèses ont été émises (le ratio  $r_1/r_2$ , le nombre d'aubes  $Z$  et l'angle du bord de fuite  $\beta_2$ ) sont vérifiées et, si nécessaire, corrigées.

#### – Hauteur du canal de fuite $b_2$

La hauteur du canal de fuite est le diamètre du cercle dont le centre se trouve sur le bord de fuite et définie par l'équation 3.32.

$$b_2 = \varphi_2 \frac{Q}{\pi d_2 V_{2m}} \quad (3.32)$$

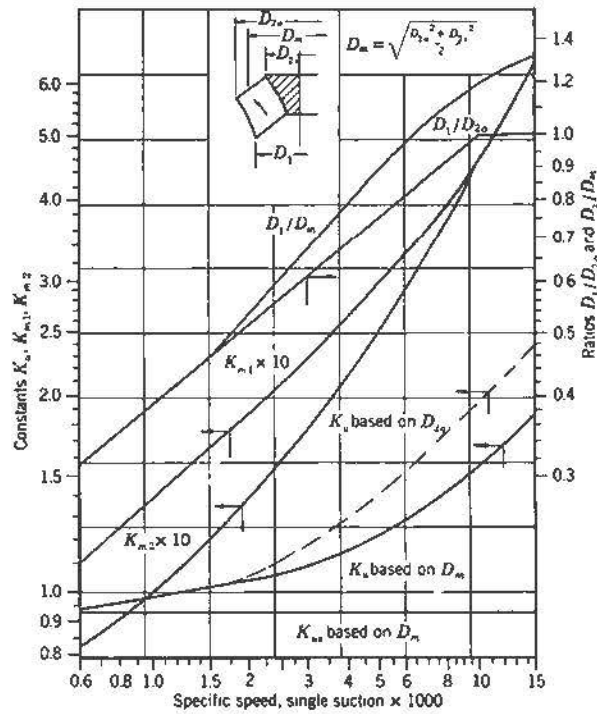
#### – Diamètres moyen $d_{2m}$ et intérieur $d_{2i}$

Le point de conception de la pompe sous investigation a conduit à la conclusion que deux approches de dimensionnement peuvent être appliquées : celle des pompes centrifuge [15] et celle des pompes à écoulement mixte [13, 16]. La morphologie des



PTVMs impose la détermination des diamètres moyen et intérieur en sortie de l'impulseur. Cette approche s'apparente à celle des pompes à écoulement mixte.

Sur la base des paramètres calculés précédemment, la détermination des diamètres moyen  $d_{2m}$  et intérieur  $d_{2i}$  à partir des coefficients empiriques de Stepanoff tels qu'indique la figure 3.5, est nécessaire dans ce processus dans la mesure où leur connaissance conduit à un profil préliminaire et complet de l'impulseur.



**Figure 3.5:** Diamètres de l'impulseur en fonction de la vitesse spécifique  $N_{imp}$  et des coefficients de Stepanoff [17]

Sur le graphe ci-dessus,  $D_{1o}$ ,  $D_{2o}$  et  $D_m$  sont respectivement équivalents à  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_{2m}$ . Les diamètres  $d_{2m}$  et  $d_{2i}$  sont déterminés selon le processus suivant :

- i. Connaissance de la vitesse spécifique et de  $d_1$ ;

- ii. Détermination du coefficient  $K_{m1}$  par projection de la valeur de la vitesse spécifique sur le graphe approprié;
- iii. Détermination du rapport  $d_1/d_{2m}$  sur la graduation de droite et déduction de  $d_{2m}$   
Il faut remarquer que, à de basses vitesses spécifiques, les diamètres moyen et extérieur du bord de fuite de l'impulseur sont confondus. Cette configuration renvoie à un écoulement purement radial.
- iv. Calcul du diamètre intérieur  $d_{2i}$  suivant l'expression quadratique :

$$d_{2i} = \sqrt{2d_{2m}^2 - d_2^2} \quad (3.33)$$

#### – Nombre d'aubes $Z$

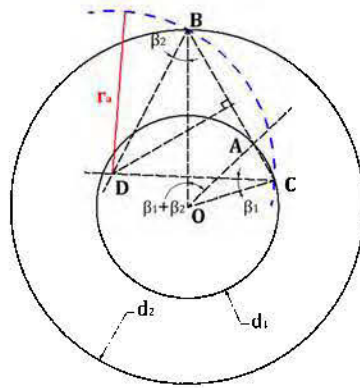
Il n'est pas possible de calculer le nombre exact des aubes à l'impulseur. La formule empirique 3.34 est utilisée pour évaluer l'hypothèse émise dans le calcul du facteur de correction de Pfeleiderer. Ce processus peut être inversé.

$$z = \frac{13}{2} \left( \frac{d_2 + d_1}{d_2 - d_1} \right) \sin \left( \frac{\beta_2 + \beta_1}{2} \right) \quad (3.34)$$

Le coefficient 13/2 est attribué aux pompes centrifuges [2].

#### c. Profil des aubes

Dans la littérature, plusieurs approches de construction du profil des aubes existent. Le profil de l'aube doit assurer la distribution adéquate des composantes de la vitesse du bord d'attaque au bord de fuite. La méthode à un arc de cercle est retenue dans le cadre de cette étude. Elle est représentée sur la figure 3.6.



**Figure 3.6:** Profil de l'aube [17]

Elle s'élabore comme suit :

- i. Tracer le segment  $[OB]$  et la demi-droite  $[OA)$  telle que le point A soit l'intersection du cercle de diamètre  $d_1$  de la demi-droite  $[OA)$  et la somme  $\beta_1 + \beta_2$  forme l'angle  $(BOA)$ ;
- ii. Tracer le segment  $[BC]$  passant par A et le point C étant situé sur le cercle de diamètre  $d_1$ ;
- iii. Tracer une ligne partant de C faisant un angle  $\beta_1$  avec  $[OC]$ ;
- iv. Tracer une ligne partant de B faisant un angle  $\beta_2$  avec  $[OB]$ ;
- v. Les deux précédentes lignes se croisent en D;
- vi. Calculer le rayon  $r_a$  vérifiant la relation ci-dessous :

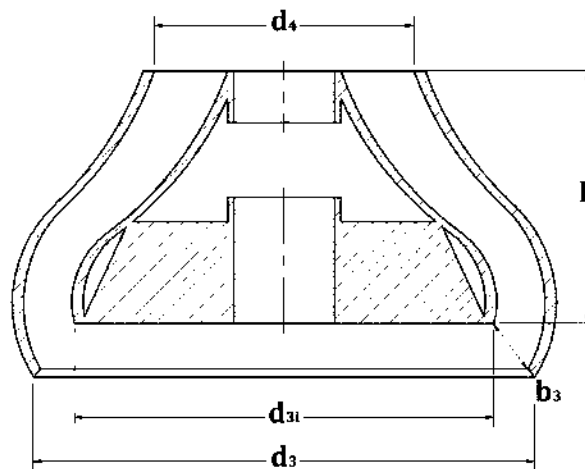
$$r_a = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2(r_2 \cos \beta_2 - r_1 \cos \beta_1)} = [DC] = [DB] \quad (3.35)$$

- vii. Vérifier que la droite issue de D et orthogonale à  $(BC)$  passe par le milieu du segment  $[BC]$ ,

- viii. Tracer l'arc de cercle de centre  $D$  et d'extrémités  $C$  et  $B$  qui constitue le profil de l'aube.

### 3.2.3 Diffuseur

L'approche du dimensionnement des diffuseurs des PTVs par formulation empirique reste peu développée dans la littérature. La démarche dominante est l'approche «essaie-erreur» due à la morphologie complexe de cet organe de pompe. En d'autres termes, les résultats préliminaires permettent la correction morphologique du modèle aidant ainsi à obtenir des résultats plus performants. La procédure appliquée dans cette section est partiellement inspirée de [2] et [13].



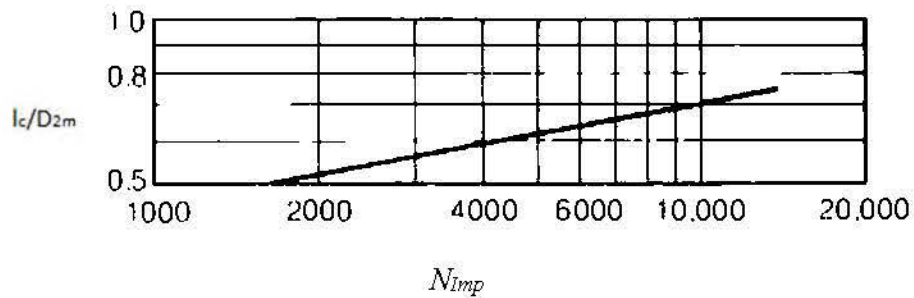
**Figure 3.7:** Dimensions principales du diffuseur

#### a. Longueur axiale des aubes $l_c$

Le diamètre du diffuseur en entrée est environ 10% plus grand que le diamètre en sortie de l'impulseur. La longueur du diffuseur est considérée au gré de chaque concepteur ou bureau d'étude [2]. Cette conclusion est le résultat de l'étude faite sur la relation entre le nombre et la longueur des aubes du diffuseur. Cependant, ces résultats n'ont pas été confirmés par l'U.S. practice selon le même chercheur. Dicmas [13] présente

le ratio  $l_c/d_{2m}$  en fonction de la vitesse spécifique selon la figure 3.8. La variable  $l_c$  est la longueur axiale des aubes du diffuseur et  $d_{2m}$  le diamètre moyen en sortie de l'impulseur.

La longueur du diffuseur doit être établie de telle sorte que la conversion de l'énergie hydraulique soit totale. Si le canal hydraulique dans le diffuseur est court, les changements brutaux qui en découlent causent des pertes d'énergie dues aux chocs sur la paroi du diffuseur. Si le canal hydraulique est très long, les pertes d'énergies dues aux frottements additionnels impacteront également les performances de la pompe. L'objectif pour ce paramètre consiste donc à trouver le juste milieu. Par ailleurs, la variation de ce paramètre implique la variation des courbures au niveau du diffuseur.



**Figure 3.8:** Ratio  $l_c/D_{2m}$  en fonction de la vitesse spécifique [13]

### **b. Angles d'entrée $\beta_3$ et de sortie $\beta_4$ des aubes du diffuseur**

Pour déterminer les angles des aubes du diffuseur, le profil méridional de ce dernier est divisé en  $i = 3 - 4$  lignes aérodynamiques égales. L'angle d'inclinaison  $\alpha$  du courant du fluide, de la  $i^{\text{ème}}$  ligne aérodynamique correspondante, fuyant l'impulseur est déterminé par :

$$\tan \alpha_3 = (1 + C_p) \frac{V_{2m}}{V_{2u}} \quad (3.36)$$

où  $V_{2u}/(1 + C_p)$  représente la composante tangentielle de la vitesse du fluide en sortie.

À titre de rappel,  $V_{2u} = U_2 - V_{2m}/\tan \beta_2$ .

Soit  $d_i$  le diamètre de la ligne aérodynamique  $i$  et  $Z_d$  le nombre d'aubes du diffuseur, le pas de l'aube  $t_4$  est calculé suivant la relation :

$$t_4 = \frac{\pi d_i}{Z_d} \quad (3.37)$$

En considérant la diminution de la surface d'attaque due aux aubes, l'angle d'entrée du diffuseur  $\beta_3$  doit être supérieur à  $\alpha_3$  et est calculé suivant l'équation :

$$\beta_3 = \tan^{-1} \left( \tan \alpha_3 \frac{t_4}{t_4 - s/\sin \alpha_3} \right) \quad (3.38)$$

où  $s$  est l'épaisseur de l'aube.

Comme  $\beta_3$  est fonction de  $t_4$ , une légère différence est notée entre ces différentes valeurs suivant les lignes aérodynamiques. La valeur de l'angle issue de la ligne aérodynamique centrale doit être augmentée de 4 à 5 degrés dans le but de pouvoir être utilisée avec les impulseurs de grands débits.

En sortie du diffuseur, l'idéal est d'obtenir un écoulement parallèle à l'axe de rotation de la pompe. Les aubes doivent épouser une inclinaison légère le long de l'axe pour éviter des courbures brutales qui sont des zones de perte d'énergie.

Ainsi :

$$\beta_4 \approx 90^\circ \quad (3.39)$$

### c. Nombre d'aubes du diffuseur $Z_d$

Plusieurs hypothèses ont été émises sur le nombre des aubes du diffuseur. Lazarkiewicz et Troslanski [2] estiment que ce nombre doit être compris entre 4 et 9 dépendamment de  $N_s$ . Pour les PTVs à écoulement mixte, Stel et al. [3] vont considérer 7 aubes dans chaque composante et [13] se basent sur la formulation suivante :

$$Z_d = Z + 1 \quad (3.40)$$

En ce qui concerne les pompes centrifuges, Güllich [18] se réfère au tableau ci-après :

**Tableau 3.1:** Nombre d'aubes du diffuseur en fonction du nombre d'aubes de l'impulseur.

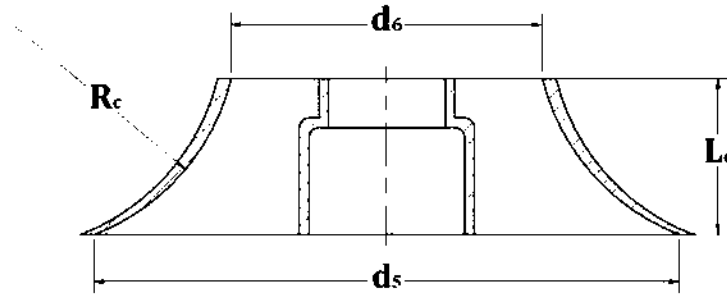
$Z$	5			6	7				
$Z_d$	7	8	12	10	9	10	11	12	(15)

#### 3.2.4 Cloche d'aspiration

Aussi bien que les diffuseurs, les éléments sur le calcul de dimensionnement des cloches d'aspiration n'abondent pas dans la littérature. Dans ce travail, des aubes droites sont incorporées dans la cloche pour réduire les perturbations.

La démarche dans ce cadre se base en partie sur [19] qui résume la norme de conception des puits d'aspiration des pompes élaborée par l'American National Standards Institute/Hydraulic Institute (ANSI/HI). L'élaboration des puits d'aspiration prend en compte le diamètre de la cloche d'aspiration. Selon cette norme, pour les pompes avec un débit inférieur à 5000 gpm, la cloche d'aspiration devra produire une vitesse moyenne comprise entre 0,6 m/s et 2,73 m/s. La vitesse requise en entrée de la cloche est 1,67 m/s. Pour la British Hydromechanics Research Association (BHRA) citée par

[13], la valeur de cette vitesse doit être comprise sur l'intervalle plus restreint de 1,4 m/s à 1,5 m/s.



**Figure 3.9:** Dimensions principales de la cloche d'aspiration

Connaissant la vitesse en entrée de la cloche  $V_C$  et le débit  $Q$ , le diamètre en entrée de la cloche d'aspiration est défini par [13] :

$$D_s = \sqrt{\frac{357,7Q}{V_D}} \quad (3.41)$$

avec le débit  $Q$  en  $m^3/h$ , la vitesse en entrée de la cloche  $V_D$  en  $m/s$  et le diamètre de la cloche  $D_s$  en  $mm$ .

Étant toujours dans un processus d'essai-erreur, surtout dans la détermination de  $R_c$  et  $L_c$ , le profil de la cloche peut être réajusté dans le but de limiter les turbulences potentielles de l'écoulement.



## CHAPITRE 4

### MODÉLISATION D'ÉCOULEMENT DES FLUIDES

Les constituantes de la géométrie de la PTV ont été dimensionnées dans le chapitre 3. Cette géométrie délimite le volume de contrôle de l'écoulement et a une influence sur sa nature du fait du couplage fluide-structure. Pour représenter l'écoulement et comprendre l'impact de la pompe sur celui-ci, le présent chapitre fait l'objet de l'étude de la modélisation de l'écoulement et présente les outils de résolution des équations issues de ladite modélisation.

#### 4.1 Modélisation mathématiques

La modélisation consiste à élaborer les équations qui régissent un phénomène, dans le cas d'espèce l'écoulement de l'eau dans une pompe verticale. Chaque écoulement, sur la base de certains critères comme la nature du fluide et la nature de l'écoulement, entre autres, garde ses spécificités. Pour que le modèle traduise plus ou moins fidèlement ses spécificités, il est nécessaire d'émettre des hypothèses.

Ce chapitre traite de l'écoulement monophasique et les hypothèses classiques suivantes sont considérées :

- i. le fluide est newtonien : la viscosité est indépendante du taux de cisaillement ( $\mu = cste$ );
- ii. le fluide est incompressible ( $\rho \approx cste$ );
- iii. l'écoulement est stationnaire ( $\partial/\partial t = 0$ );
- iv. l'équation de la conservation d'énergie n'est pas prise en compte : la viscosité du fluide est indépendante de la température;
- v. la cavitation est négligée.

### 4.1.1 Équations de continuité et de Navier-Stokes

Le déplacement du fluide est le résultat des actions des forces externes comme la gravité, la pression, les forces centrifuges et de Coriolis lorsque le système est en rotation et des contraintes de cisaillement dont l'origine est le mouvement du solide à proximité du fluide. Le modèle décrivant les écoulements de fluides les plus rencontrés est donné par les équations de continuité 4.1 et de Navier-Stokes 4.2 dans un repère cartésien.

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left( -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right) + f_i \quad (4.2)$$

Pour un fluide newtonien, la contrainte de cisaillement  $\tau$  peut s'écrire en fonction de la viscosité  $\mu$  et du tenseur taux de déformation  $D$  [4]:

$$\tau_{ij} = 2\mu D_{ij}, \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.3)$$

En introduisant l'équation 4.3 dans 4.2, l'équation de Navier-Stokes pour un fluide newtonien est:

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} + F_i \quad (4.4)$$

Cette expression est identique à la relation fondamentale de la dynamique de Newton où le terme de gauche est le produit de la masse par l'accélération et celui de droite représentant les forces extérieures comme suit :

$-\frac{\partial p}{\partial x_i}$  : les forces de pression;

$\mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j}$  : les forces visqueuses prenant naissance au niveau de la parois;

$F_i$  : le terme source qui est la somme des forces centrifuges  $-\rho\omega \times (\omega \times r)$  et de Coriolis  $-2\rho\omega \times u$  définies en coordonnées polaires.  $r$  étant le vecteur position.

Ces équations non linéaires modélisent le fluide comme un milieu continu. Elles peuvent générer, avec la forme complexe des éléments de la PTV des phénomènes tels que la turbulence affectant la performance de la pompe.

#### 4.1.2 Modélisation de la turbulence

La turbulence est caractérisée par la fluctuation des champs de vitesse. La résolution analytique des équations de Navier-Stokes est possible pour des écoulements en régime laminaire. La condition d'un écoulement (laminaire ou turbulent) dépend de la vitesse  $v$  de l'écoulement et de la géométrie  $L$  par laquelle transite le fluide [20, 21]. Cette nature est déterminée par le nombre de Reynolds  $R_e$ . Le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inerties et les forces visqueuses. Autrement dit, il mesure l'importance relative entre les mécanismes de convection et de diffusion:

$$R_e = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (4.5)$$

L'intervalle de transition entre les écoulements laminaire et turbulent est  $R_e = [1700, 2300]$ . Ramener à la pompe sous investigation,  $v = U_2$  et  $L = d_2$  et la valeur de  $R_e$  est d'environ  $4,3 \cdot 10^6$ . Cette valeur traduit physiquement que l'écoulement dans la pompe est pleinement turbulent.

La fluctuation du champ de vitesse modifie les équations 4.1 et 4.4 par combinaison des quantités transportées que sont la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. Cependant, les équations modifiées contiennent des variables additionnelles inconnues et, ces variables sont déterminées comme des quantités inconnues par les modèles de turbulence ci-dessous [20, 22] :

- le modèle de Spalart-Allmaras;
- les modèles  $k-\varepsilon$ ;
- les modèles  $k-\omega$ ;
- le modèle de contraintes de Reynolds (*Reynolds Stress Models*, (RSM));
- le modèle LES (*Large Eddy Simulation*)...

Cependant, des études proprement dites sur certains modèles de turbulence ont été faites. En effet, Kaewnai et al. [23] concluent que les modèles de turbulence  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  et RNG (*Renormalization Group*)  $k-\omega$ , aux mêmes intensités, configurés dans les mêmes conditions d'exploitation produisent des résultats similaires. Ce résultat est étendu aux modèles R (*Realizable*)  $k-\varepsilon$  et SST (*Shear-Stress Transport*)  $k-\omega$  par [5]. Aux modèles sus évoqués, Stel et al. [3] ajoutent les modèles EARSM (*Explicit Algebraic Reynolds Stress Model*)  $k-\omega$ , BSL (*Baseline*)  $k-\varepsilon$ , EARSM BSL  $k-\omega$  et concluent qu'il n'existe pas de modèle préférentiel de turbulence pour une PTVM.

Le modèle  $k-\omega$  offre une meilleure convergence au niveau des frontières et  $k-\varepsilon$  le fait loin de celles-ci. L'approche la plus largement utilisée est le RANS. Elle consiste à décomposer les variables d'écoulement en une composante moyenne  $\bar{u}$  et la fluctuation  $u'$  :

$$u = \bar{u} + u' \quad p = \bar{p} + p' \tag{4.6}$$

Ces variables sont spatio-temporelles dépendantes. La composante moyenne étant définie par la formule classique:

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u dt \quad (4.7)$$

L'équation 4.6 est connue comme la décomposition de Reynolds. En introduisant cette décomposition dans l'équation 4.4, on obtient l'équation de Navier-Stokes à vitesse moyennée de Reynolds instable (U-RANS):

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial^2 x_j} - \rho \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} + F_i \quad (4.8)$$

Les termes additionnels  $\overline{u'_i u'_j}$  qui apparaissent représentent les effets de la turbulence. Le tenseur de Reynolds doit convenablement être modélisé pour prendre en compte ces turbulences. Pour ce faire, l'hypothèse de Boussinesq 4.9 est communément utilisée pour relier le tenseur de Reynolds au gradient des vitesses moyennées.

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.9)$$

Le modèle standard  $k-\varepsilon$  est un modèle semi-empirique développé par [24], basé sur le modèle d'équation de transport de l'énergie cinétique de la turbulence ( $k$ ) et sa dissipation ( $\varepsilon$ ). Ce modèle est seulement valide pour un écoulement pleinement turbulent [22, 24]. Sachant que la température et la masse volumique sont constantes, les équations régissant le modèle standard  $k-\varepsilon$  sont les suivantes :

$$\rho \left( \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (k u_i) \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (4.10)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon u_i) \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \varepsilon) \quad (4.11)$$

où  $G_k$  représente la génération de l'énergie cinétique turbulente due au gradient de la vitesse moyenne telle que définie :

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (4.12)$$

La viscosité turbulente  $\mu_t$  est définie par l'équation [24]:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.13)$$

Les constantes par défaut de ce modèle sont les suivantes :  $C_\mu = 0.09$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1.92$  et les nombres turbulents de Prandtl  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ .

### 4.1.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites caractérisent l'écoulement à certaines zones du canal hydraulique. Elles permettent de modéliser l'écoulement dans ces zones et de refléter ainsi leur influence dans le système. Les écoulements turbulents sont fortement affectés par la présence des parois. Près de celles-ci, l'amortissement de la viscosité réduit les fluctuations de la vitesse tangentielle [20, 22]. Deux approches numériques permettent de prendre en compte ces fluctuations proches des parois [24]: la méthode des fonctions murales et la méthode de modélisation à faible nombre de Reynolds. Seule la première est appliquée dans ce travail.

Les fonctions murales sont un ensemble de formules semi-empiriques et de fonctions qui permettent de lier les variables de la solution des cellules proches de la paroi et les quantités correspondantes sur la paroi. Les fonctions murales standards sont largement

utilisées dans les applications industrielles. La loi de comportement à la paroi pour les champs de vitesse moyenne est définie par [22]:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (4.14)$$

où  $U^*$  et  $y^*$  équivalent respectivement à une vitesse et à la distance adimensionnelles de la paroi définies par :

$$U^* \equiv \frac{U_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\tau_\omega} \rho \quad (4.15)$$

$$y^* \equiv \frac{\rho}{\mu} C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p \quad (4.16)$$

où  $\kappa$  est la constante de Von Karman,  $E = 9.793$  une valeur empirique,  $U_p$  la vitesse moyenne du fluide proche de la paroi au nœud P,  $k_p$  l'énergie cinétique turbulente proche de la paroi au nœud P,  $y_p$  la distance du point P à la paroi.

Il est important de mentionner que la loi dite de la paroi pour la vitesse moyenne est basée sur l'unité de la paroi  $y^*$  au lieu de  $y^+ \equiv \rho u_\tau y / \mu$  même si ces quantités sont approximativement égales dans des couches limites turbulentes en équilibre [22].

Le choix du modèle de turbulence standard  $k-\varepsilon$  appliqué à la loi des parois dans ce travail a été motivé par deux aspects : la complexité du canal hydraulique et la nature de l'écoulement qui est pleinement turbulent.

#### 4.1.4 Méthode de résolution des équations [22]

La méthode des volumes finis est une approche numérique de résolution des équations aux dérivées partielles respectant des lois de conservation qui reposent sur la forme

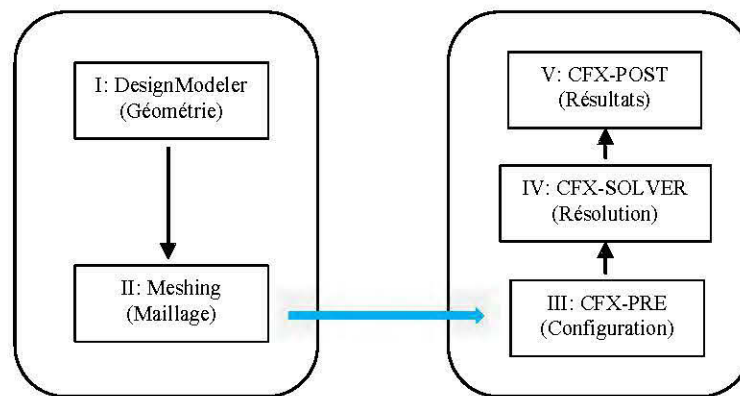
intégrale de la méthode. Cette méthode est principalement utilisée dans les écoulements turbulents. Pratiquement, la méthode subdivise le domaine fluide de l'écoulement en éléments de volumes pas nécessairement constants. Les équations 4.1, 4.4, 4.9 et 4.10 sont converties en un système d'équations algébriques.

## 4.2 Implémentation numérique

La résolution des équations différentielles précédemment décrites utilise des volumes finis à l'aide du code ANSYS-CFX.

Par ailleurs, une analyse sous le code ANSYS-CFX peut se faire soit dans le domaine solide, ou dans le domaine fluide. Dans le domaine fluide, ce code offre l'avantage de visualiser la distribution des champs d'écoulement fluide à l'intérieur de la pompe et d'apporter, si nécessaire, une correction à la morphologie de celle-ci. Ce qui justifie le choix du domaine fluide dans cette étude.

Pour ce faire, le processus numérique sous ANSYS-CFX se base sur 5 principaux modules selon la figure 4.1.



**Figure 4.1:** Principaux modules d'ANSYS-CFX

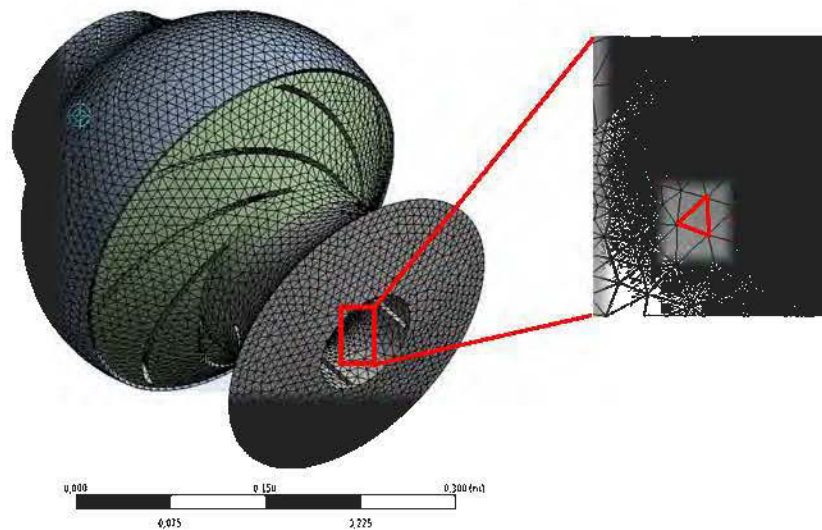


### 4.2.1 Module *DesignModeler*

Ce module d'ANSYS ne fait pas partie de CFX. Il est un module de base qui est utilisé par plusieurs codes d'ANSYS tels que FLUENT, Icepak, Mechanical... Il permet de créer des esquisses 2D, des modèles 3D ou d'importer ces derniers. Dans le cadre de ce projet, le domaine fluide des éléments de la pompe a été modélisé en 3D sous le logiciel INVENTOR et importé sous le module *DesignModeler*.

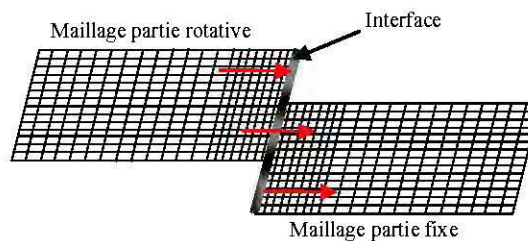
### 4.2.2 Module *Meshing*

La géométrie complexe des éléments de la pompe conduit au choix d'un maillage adaptatif avec des éléments tétraédriques. Ainsi, il est observé sur la figure 4.2 que le maillage est plus fin dans certaines zones.



**Figure 4.2:** Maillage des éléments de la première cellule de la pompe générée par le module *Meshing*

Par ailleurs, le fait que l'impulseur qui soit en rotation et le diffuseur fixe comme présenté à la figure 4.3 pose un problème de transfert d'information dont l'origine repose sur la discontinuité du maillage entre les deux blocs numériques. L'approche pour remédier à ce problème est exposée à la section 4.2.4. D'autre part, la pertinence des résultats obtenus sous le code dépend de la qualité du maillage. Il est reconnu qu'un maillage fin fourni de meilleurs résultats.



**Figure 4.3:** Maillage des domaines numériques; position relative des parties statique et rotative avec un maillage discontinu.

Cependant, la finesse du maillage ne doit pas être excessive. Car cela peut conduire à un temps de calcul plus long sans amélioration significative du résultat.

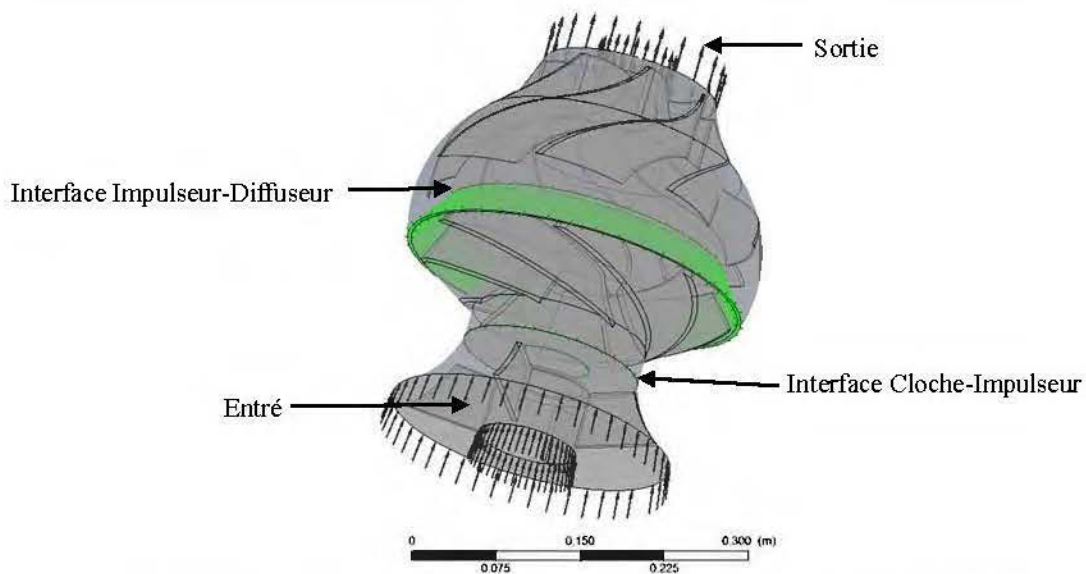
### 4.2.3 Module CFX-Pre

CFX-Pre est le préprocesseur d'ANSYS-CFX. Le maillage généré sous *Meshing* ou importé d'ailleurs est chargé sous ce module qui a principalement pour but, de configurer les paramètres physique et numérique de la simulation du problème sous investigation comme sur le figure 4.4. Le paramétrage est axé sur certains points, dont ceux en gras dans la suite sont appliqués à notre cas d'étude:

- le type de domaine : il peut être solide, poreux ou **fluide** comme dans le cadre de ce travail;
- le type d'analyse : **stationnaire**, transitoire ou *transient blade row*;

- la configuration des interfaces : leur type (solide-solide, solide-fluide, **fluide-fluide**, fluide-poreux, ...), la nature du contact à l'interface (*frozen rotor*, *stage*, *none*);
- la configuration du solveur : elle permet de définir le critère de convergence (*RMS* à  $10^{-4}$ , *MAX*), le schéma d'advection (*High Resolution*, *Upwind*, *Specified Blend Factor*);
- le type de matériaux : **liquide**, gaz, solide ou mélange;
- les conditions aux limites : il s'agit d'indiquer les paramètres d'entrée et de sortie du domaine, la pression de référence, les composantes en mouvement ou fixes, etc.

Un paramétrage bien défini dans ce module est conditionnel au bon déroulement de la simulation et à l'obtention des résultats fiables, approchant la réalité physique.



**Figure 4.4:** Aspect du premier étage après configuration sous CFX-Pre

#### **4.2.4 Module CFX-Solver**

C'est dans ce module que s'effectuent toutes les opérations permettant de résoudre les différentes équations qui régissent l'écoulement dans la pompe en prenant en compte les paramètres définis sous CFX-Pre.

En ce qui concerne le problème de discontinuité évoqué précédemment, CFX-Solver emploie la technique dite de bloc multiple où chaque pièce de la pompe est un domaine numérique isolé et connecté aux autres par des interfaces servant de canal de transition de l'information [3].

Il est possible que le maillage de part et d'autre de l'interface soit différent. Il est d'ailleurs discontinu. En effet, l'approche en régime permanent appliquée sous ANSYS-CFX, sollicite la rotation du plan de référence de l'impulseur et non du rotor. Par la suite, les flux sur les interfaces des parties rotative et fixe sont moyennés. Dans ce cas, les conditions initiales sont facilement imposées et la méthode produit des solutions rapides et fiables. Dans le cas où l'approche en régime transitoire est adoptée, la solution en régime permanent va servir de conditions initiales à cette dernière.

Puisque le maillage de part et d'autre de l'interface est discontinu, l'algorithme General Grid Interface (GGI) configuré par défaut dans CFX-Pre va s'assurer du transfert de l'information d'un domaine à l'autre via l'interface.

L'interface de ce module permet également de visualiser l'évolution de la simulation tout en contrôlant les critères de convergence [22].

#### **4.2.5 Module CFX-Post**

Ce module est utilisé pour l'analyse, l'observation et la présentation des résultats des paramètres sous-cités, entre autres :

- les variables scalaires : pression, température, turbulence, vitesse;

- les vecteurs et leur ampleur : vitesse, lignes de champs;
- l'aperçu 3D du volume de contrôle;
- le développement des animations;
- la production des éléments de rapports : graphiques, tableaux.

## CHAPITRE 5

### ÉCOULEMENT DIPHASIQUE : EAU ET PARTICULES SOLIDES

Après avoir exposé les éléments permettant d'atteindre le premier objectif à savoir obtenir un modèle de la VTT 2000, l'écoulement diphasique, avec comme seconde phase discrète les particules solides, est présenté dans ce chapitre. L'eau dans les galeries des mines étant chargée de particules, une PTV mono ou multi-étages à grande capacité doit être intégrée comme une pompe ayant la capacité opérationnelle de traiter ce type de fluide. Une telle pompe est exposée à l'abrasion sévère, au faible rendement hydraulique [25, 26] et au colmatage des canaux hydrauliques.

Cette partie sera limitée au concept sur les écoulements diphasiques, notamment l'influence imprimée par une seconde phase discrète solide dans les différentes équations qui régissent les écoulements. Ce qui se traduit pratiquement par la réduction des performances de la pompe dédiée à de l'eau claire. La présence des particules solides dans l'eau conduit donc à l'étude d'un écoulement multiphasique avec les caractéristiques qui seront présentées dans la suite de ce chapitre.

#### **5.1 Généralités sur les écoulements multiphasiques**

##### **5.1.1 Terminologie**

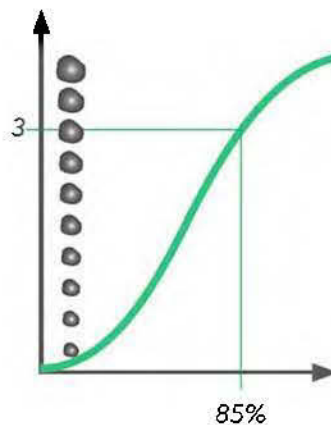
Un écoulement multiphasique est un écoulement comportant plusieurs phases. Une phase est généralement qualifiée de « porteuse », qui est de l'eau dans le cadre de cette recherche. Les autres phases sont dites « dispersées ». Dans le cadre de ce travail, la phase dispersée est constituée de particules solides de divers diamètres, distribuées aléatoirement. L'analyse est donc diphasique polydispersée. Par ailleurs, dans certaines méthodes de traitement d'écoulement polydispersé, les particules solides de même

diamètre peuvent être considérées comme des phases particulières. Cette approche n'est pas prise en compte.

### 5.1.2 Paramètres de la phase polydispersée

Lors de l'étude de l'écoulement des fluides chargés de particules solides, des paramètres sont clairement définis dans le but d'analyser leurs effets et d'approcher la représentation fidèle de la nature du fluide à traiter.

- **Taille et distribution des particules** : la taille des particules ( $d_w$ ) peut varier de l'ordre du micron au millimètre. Elle est une mesure du pourcentage de particules avec une certaine dimension ou moindre. La taille  $d_w$  est déterminée en faisant un tri des particules solides à travers un tamis de mailles variables et chaque fraction est ensuite pesée. Une courbe de tamisage peut être tracée pour représenter la distribution des particules. La courbe de la figure 5.1 indique que 85% des particules solides ont un diamètre égal ou inférieur à 3 mm.



**Figure 5.1:** Courbe de tamisage  $d_{85} = 3$  mm.

L'influence de la taille des particules renvoie au diamètre des particules. Pour une étroite distribution granulométrique, [27] indique que  $d_{50}$  peut être choisi comme

diamètre représentatif des particules. Cependant, pour une distribution à grande échelle des particules, le diamètre moyen pondéré des particules serait le meilleur choix. Un poids proportionné étant affecté à de différentes tailles.

- **Concentration des particules solides** : la concentration des particules dans la phase porteuse peut être mesurée comme un pourcentage volumique  $C_v$  et un pourcentage en poids  $C_m$ . Selon [27], il est clair que la hauteur manométrique varie approximativement de façon linéaire avec la concentration des particules, excepté à de concentrations élevées.
- **Densité** : elle est aussi identifiée comme la gravité spécifique ( $GS_s$ ). Dans le processus de caractérisation, il est nécessaire de déterminer la densité du fluide diphasique ( $GS_{sl}$ ) suivant l'une des équations ci-dessous :

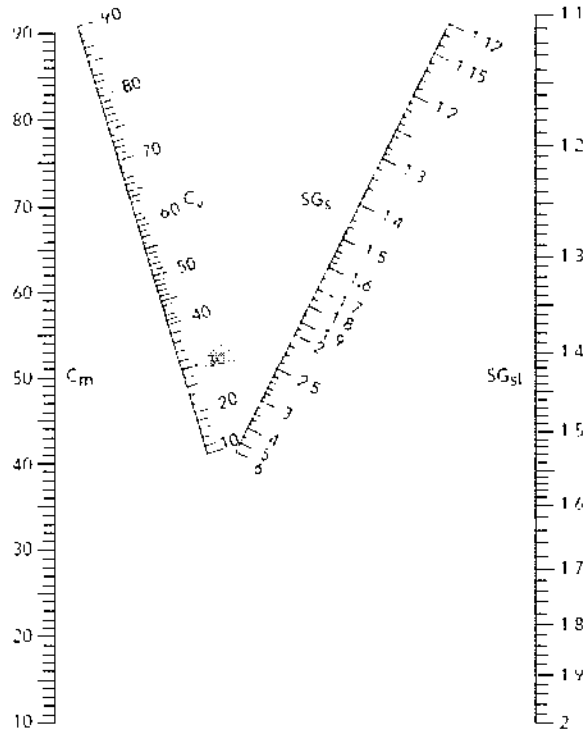
$$SG_{sl} = 1 + C_v (SG_s - 1) \quad (5.1)$$

$$SG_{sl} = \frac{SG_s}{SG_s - C_m (SG_s - 1)} \quad (5.2)$$

La valeur sus-calculée peut aussi être déterminée en connaissant deux des variables de l'une des équations 5.1 et 5.2 à partir du nomographe de la figure 5.2.

- **Forme des particules** : elle est très importante dans le comportement du fluide chargé lors du pompage et pour l'usure des parois de la pompe et des canaux hydrauliques. Le facteur de forme caractérise la déviation des particules solides des sphères parfaites. Cependant, la majorité des corrélations existantes [27-31] pour prédire les performances d'une pompe, lorsqu'elle traite d'un fluide chargé, considère que des particules sont des sphères.





**Figure 5.2:** Monographie reliant les concentrations aux gravités spécifiques [32]

### 5.1.3 Caractéristiques des eaux chargées de particules solides

En fonction des paramètres précédemment énumérés, le fluide diphasique peut être distingué en type décanté et non décanté. Les fluides, avec une faible distribution de particules solides et de taille moyenne inférieure à 100  $\mu\text{m}$  sont « non décantés » et se comportent comme un fluide newtonien [32]. Dans cette catégorie, [29] inclut les fluides dont les particules solides ont une taille inférieure à 35  $\mu\text{m}$  ou ayant une concentration élevée dans le mélange. Ce type de fluide diphasique est parfois qualifié de non newtonien.

Les fluides ayant une large distribution de particules solides avec une taille supérieure à 100  $\mu\text{m}$  sont dits « décantés ». Dans ce cas, les particules et le fluide vont exhibées

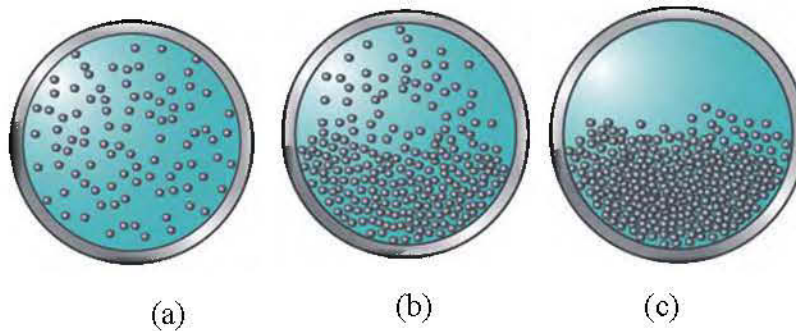
chacun son propre comportement. En effet, comme le liquide passe entre les particules solides, l'énergie fournie par l'impulseur pour transporter le liquide est dissipée par la trainée, d'où la diminution de la hauteur et du rendement.

Les fluides dits « décantés » sont distingués en :

- mixture pseudo-homogène : toutes les particules solides sont en suspension mais en plus grande concentration enregistrée vers le bas (Figure 5.3a);
- mixture hétérogène : distribution des particules non uniforme dans la phase porteuse, la concentration est forte vers le bas. Cette mixture peut être partiellement (Figure 5.3b) ou complètement stratifiée (Figure 5.3c).

Les deux cas de figure mentionnés ne seront pas considérés en termes de comportement des phases et de dimension des particules. En effet, quelles que soient les dimensions des particules, ces dernières seront considérées dispersées dans la phase porteuse. Cette configuration fluide/particules solides est, indépendamment de la nature du fluide dysphasique, obtenue en installant un agitateur à l'aspiration de la pompe. Ce dispositif supplémentaire permet juste de faciliter ou de rendre transportable le mélange global.

L'écoulement des solides à travers la pompe engendre des pertes hydrauliques causées par le déplacement relatif de grosses particules qui ont une grande inertie. Cette dernière induirait que ces particules se déplacent moins rapidement que la phase porteuse. Les particules en suspension dans la phase porteuse ne peuvent transmettre, ni absorber ou stocker de l'énergie (pression), ceci est une propriété du fluide [29].



**Figure 5.3:** Distribution des particules solides dans la phase porteuse; mélanges pseudo-homogène (a), hétérogène partiellement stratifié (b) et hétérogène pleinement stratifié (c).

## 5.2 Équations régissant l'écoulement diphasique [22]

Comme présenté au chapitre 4, l'écoulement d'un fluide monophasique à travers la pompe est gouverné par des équations 4.1 et 4.4. Ces équations sont modifiées pour prendre en compte les phénomènes tels que le transfert de la quantité de mouvement, le transfert de masse, la collision entre les particules, la trainée, engendrés par la présence de plusieurs phases.

Lorsqu'une autre phase, en l'occurrence les particules solides est présente dans le fluide, il est obligatoire de modéliser l'écoulement en considérant le transport de ces particules. La mécanique des fluides numériques utilisent l'approche eulérienne pour la résolution des écoulements, alors que la description de la trajectoire d'une particule est faite à partir de l'approche lagrangienne.

### 5.2.1 Hypothèses sur l'écoulement diphasique

Aux hypothèses émises sur le cas monophasique, les considérations suivantes sont ajoutées à l'écoulement diphasique :

- le mélange entre les deux phases est hétérogène;

- la phase solide est constituée de particules solides dispersées;
- il n’y a pas de transfert de masse entre les phases continues et discrètes;
- il n’y a pas de transfert de chaleur entre les phases;
- la cavitation n’est pas considérée: la prise en compte de la cavitation implique l’étude d’un écoulement constitué de trois phases; la troisième phase étant la vapeur d’eau.

### 5.2.2 Fraction de volume $r_a$

La nature des deux phases fait observer qu’il existe un transfert de la quantité de mouvement entre les particules solides et l’eau. Ce qui n’est pas le cas pour la masse. Ceci est caractérisé par la densité surfacique inter-faciale entre les phases notées  $A_{\alpha\beta}$ . Ce transfert peut être modélisé en utilisant le modèle de particules, le modèle de mélange ou le modèle de surface libre.

Le modèle de particule appliqué ici pour le transfert inter-facial entre deux phases suppose que la phase  $\alpha$  est continue et la phase  $\beta$  est dispersée ou discrète. La surface par unité de volume est calculée en considérant que les particules discrètes  $\beta$  sont sphériques avec un diamètre moyen  $d_\beta$ . Ainsi, la surface de contact interphase est définie par la formule :

$$A_{\alpha\beta} = \frac{6r_\beta}{d_\beta} \quad (5.3)$$

Ce modèle simplifié est modifié pour des raisons de robustesse en tronquant  $r_\beta$  à une fraction de volume minimale pour s’assurer que la densité surfacique  $A_{\alpha\beta}$  ne passe pas exactement par zéro. La formulation 5.3 prend la forme modifiée suivante :

$$A_{\alpha\beta} = \frac{6\tilde{r}_\beta}{d_\beta} \quad (5.4)$$

où :

$$\tilde{r}_\beta = \begin{cases} \max(r_\beta, r_{\min}) & \text{si } r_\beta < r_{\min} \\ \max\left(\frac{1-r_\beta}{1-r_{\max}} r_{\max}, r_{\min}\right) & \text{si } r_\beta > r_{\max} \end{cases} \quad (5.5)$$

La fraction de volume d'une phase est notée  $r_\beta$  où  $\beta$  indique la phase. Dans ce cas,  $r_{\min} = 10^{-7}$  et  $r_{\max} = 0.8$ .

### 5.2.3 Équations de continuité et de Navier-Stokes

En prenant la fraction de volume de chaque particule, l'équation de continuité devient :

$$\nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) = S_{MS\alpha} \quad (5.6)$$

où  $S_{MS\alpha}$  désigne le terme source.

L'équation de Navier-Stokes prend la forme suivante :

$$\nabla \cdot [r_\alpha (\rho_\alpha U_\alpha \otimes U_\alpha)] = -r_\alpha \nabla p_\alpha + [r_\alpha \mu_\alpha (\nabla U_\alpha + (\nabla U_\alpha)^T)] + S_{M\alpha} + M_\alpha \quad (5.7)$$

$S_{M\alpha}$  est le terme source due à la quantité de mouvement imprimée par des forces extérieures,  $M_\alpha$  désigne la totalité des forces au niveau de l'interface agissant sur la phase  $\alpha$  et issues des autres phases.

Dans le cas multiphasique où il y aurait le transfert de masse interphasique, les termes

$\sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta}$  et  $\sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ U_\beta + \Gamma_{\beta\alpha}^+ U_\alpha)$  apparaîtraient respectivement dans les équations 5.6 et 5.7.

Le transfert de la quantité de mouvement inter-phasique,  $M_{\alpha\beta}$ , est dû aux forces inter-faciales agissantes sur chaque phase  $\alpha$ , en interaction avec la phase  $\beta$ . La force totale sur la phase  $\alpha$ , notée  $M_\alpha$ , issue de l'interaction avec les autres phases est donnée par :

$$M_\alpha = \sum_{\beta \neq \alpha} M_{\alpha\beta} \quad (5.8)$$

Le principe d'action-réaction est également remarqué dans ce cas et se traduit par l'égalité suivante :

$$M_{\alpha\beta} = -M_{\beta\alpha} \quad (5.9)$$

Cette force peut provenir de plusieurs effets physiques indépendants tels que la traînée d'interphase, la force de levage, la collision entre particules... Autrement dit, la force totale inter faciale agissant entre deux phases peut s'écrire comme une somme de forces extérieures dues aux effets physiques sus évoqués :

$$M_{\alpha\beta} = M_{\alpha\beta}^D + M_{\alpha\beta}^L + M_S + \dots \quad (5.10)$$

Dans cette somme, les termes de droite représentent respectivement la force de traînée, la force de levage et la collision entre les particules [22].

#### 5.2.4 Équation de conservation du volume

L'équation de conservation du volume exige que la somme des fractions de volume soit égale à 1. Ce qui se traduit par l'équation :

$$\sum_{\alpha=1}^{N_p} r_\alpha = 1 \quad (5.11)$$

Cette expression peut être combinée aux équations de la phase continue pour obtenir l'équation de conservation du volume. En effet, en divisant l'équation de continuité par la densité d'une phase et en sommant sur toutes les phases, il en résulte l'équation de continuité du volume intégré dans *CFX-Solver*:

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\rho_{\alpha}} \nabla \cdot (\mathbf{r}_{\alpha} \rho_{\alpha} U_{\alpha}) = \sum_{\alpha} \frac{1}{\rho_{\alpha}} S_{MS\alpha} \quad (5.12)$$

Les différentes phases sont incompressibles et s'il est admis dans ce cas précis qu'il n'existe pas de source, l'équation devient :

$$\sum_{\alpha} \nabla \cdot (\mathbf{r}_{\alpha} U_{\alpha}) = 0 \quad (5.13)$$

Cette équation traduit le fait que les flux de volume de toutes les phases ont une divergence nulle.

### 5.2.5 Trajectoire des particules solides : modèle lagrangien

Le modèle lagrangien permet de suivre la trajectoire de la particule. Son intérêt dans ce cadre est de rendre ainsi compte des zones d'accumulation ou d'absence de particules. Cette disposition spatiale des particules est un indicateur pour une amélioration éventuelle de la morphologie des composantes de la pompe afin de rendre l'écoulement des particules solides et de l'eau uniforme. Le modèle mathématique régissant cette approche est largement exposé au chapitre 6 intitulé « *Particle Transport Theory* » de [22] et ne sera pas présenté dans ce mémoire.

Pour la résolution des différentes équations ici mentionnées, le code CFX va user de la méthode des volumes finis tel que présentée au chapitre 4.

### 5.3. Implémentation numérique de l'écoulement diphasique

#### 5.3.1 Transport de particules solides

La configuration appliquée dans ce cas ne prend pas en compte la concentration des particules. Elle subdivise les particules identiques en deux groupes indépendants. Le premier groupe de particules dont le nombre est compris entre 300 et 1000 selon les limites d'ANSYS-CFX est fortement couplé avec de l'eau « *Fully Coupled* ». Ce groupe de particules permet de prédire l'effet de la phase discrète sur la phase continue et d'influencer ainsi le champ d'écoulement. La configuration « *One Way Coupled* » prend un plus grand nombre de particules et permet de mettre en évidence les phénomènes tels que la trajectoire des particules solides et l'érosion des organes de la pompe [22]. Le présent travail ne traite pas d'érosion de composantes de la pompe.

Dans le cas particulier du suivi de la trajectoire des particules, d'autres conditions initiales ont été ajoutées : le coefficient de restitution, la rugosité des particules, le débit spécifique des particules avec une injection uniforme dans la pompe et distribuée de manière aléatoire et enfin la vitesse.

La vitesse initiale des phases n'a pas été considérée constante. Un profil a été défini en simplifiant la géométrie de la pompe en un anneau longitudinal. L'écoulement a été considéré laminaire pour obtenir le profil défini par l'expression suivante :

$$v_z = \frac{(\varphi_L - \varphi_0)R^2}{4\mu L} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{1 - \kappa^2}{\ln(1/\kappa)} \ln \left( \frac{R}{r} \right) \right] \quad (5.14)$$

Le processus d'obtention de ce profil est détaillé à l'annexe B.

Il a été considéré que les particules solides ont des diamètres maximal, minimal et moyen respectivement de 3 mm, 1 mm et 0,1 mm avec une déviation standard de 0,8 mm. Le modèle de Sommerfeld a été appliqué pour prendre en compte la collision des



particules entre eux et avec les parois. Le modèle de Schiller Naumann a été considéré pour spécifier la trainée [22].

### 5.3.2 Particules solides dispersées

Dans cette configuration, il est possible de faire varier les paramètres des particules solides suivant le tableau 5.1:

**Tableau 5.1:** Paramètres de la phase discrète dans la morphologie « *dispersed solid* »

$d_{50}$ (mm)	Cv (%)	d
1	10	1
2	20	2
3	30	3

L'objectif est d'analyser le comportement des phases continue et discrète, l'une indépendamment de l'autre. Le modèle « *Dispersed Phase Zero Equation* » est adopté comme modèle de turbulence et la trainée a toujours été modélisée par l'approche Schiller Naumann [22].

## CHAPITRE 6

### VALIDATION NUMÉRIQUE DU MODÈLE DE RÉFÉRENCE

Ce chapitre se concentre essentiellement à la validation des résultats du modèle numérique développé dans ce travail. Tous les calculs effectués représentent des simulations en régime stationnaire et ont été réalisés sur un maillage adaptatif.

#### 6.1 Résultats de l'écoulement monophasique

Le fluide dans ce cas est de l'eau à une température 20°C. Le modèle numérique de la pompe de référence est présenté en termes de paramètres dimensionnels. Une étude portée sur l'interactivité de ces paramètres n'a pas été effectuée. La démarche de conception a intégré cet aspect. La validation du modèle est faite en appliquant les paramètres fonctionnels à cette dernière dans le code ANSYS-CFX.

##### 6.1.1 Paramètres géométriques et opérationnels

L'objectif visé par le processus de conception était d'obtenir les dimensions de l'impulseur, du diffuseur et de la cloche d'aspiration. Cette démarche a conduit aux principales dimensions du modèle 3D répertoriées dans le tableau 6.1 :

**Tableau 6.1:** Paramètres dimensionnels des organes de pompe

Composante de pompe	Paramètres géométriques
Impulseur	Diamètre du moyeu $D_h$ [mm] = 70
	Diamètre à l'entrée $D_1$ [mm] = 160
	Diamètre moyen à l'entrée $D_{1m}$ [mm] = 123
	Diamètre à la sortie $D_2$ [mm] = 310,6
	Diamètre moyen à la sortie $D_{2m}$ [mm] = 288,64

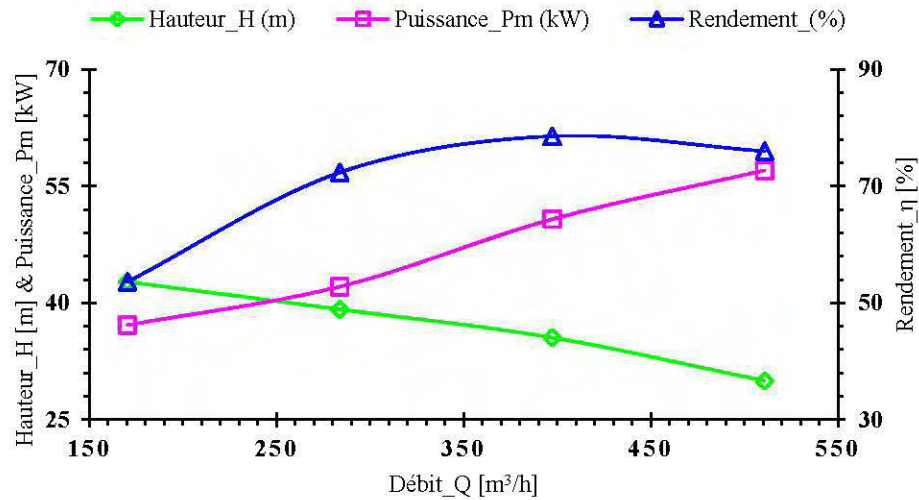
	Diamètre intérieur à la sortie $D_{2i}$ [mm] = 266,68
	Hauteur du canal à l'entrée $b_1$ [mm] = 64
	Hauteur du canal à la sortie $b_2$ [mm] = 38
	Angle du bord d'attaque $\beta_1$ [°] = 19
	Angle du bord de fuite $\beta_2$ [°] = 27,5
	Nombre d'aubes $Z = 7$
<b>Diffuseur</b>	Diamètre à l'entrée $D_3$ [mm] = 310,6
	Diamètre intérieur à l'entrée $D_{3i}$ [mm] = 266,68
	Diamètre à la sortie $D_4$ [mm] = 160
	Longueur totale $l_c$ [mm] = 190,9
	Hauteur du canal à l'entrée $b_3$ [mm] = 45,12
	Angle du bord d'attaque $\beta_3$ [°] = 30
	Angle du bord de fuite $\beta_4$ [°] = 90
	Nombre d'aubes $Z_d = 8$
<b>Cloche d'aspiration</b>	Diamètre à l'entrée $D_5$ [mm] = 256,17
	Diamètre à la sortie $D_6$ [mm] = 160
	Rayon de courbure $R_c$ [mm] = 115,36
	Nombre d'aubes $Z_c = 4$

Pour le fonctionnement de cet ensemble, l'impulseur a été soumis à une vitesse de rotation de 1785 tr/min. La condition imposée en entrée de la cloche d'aspiration est une pression statique à 2 bars. En sortie du diffuseur, les débits ont été imposés variant dans l'intervalle de 170,25 à 510,75 m<sup>3</sup>/h. Le point de dimensionnement est compris dans cet intervalle.

### 6.1.2 Résultats numérique sur un étage de PTV

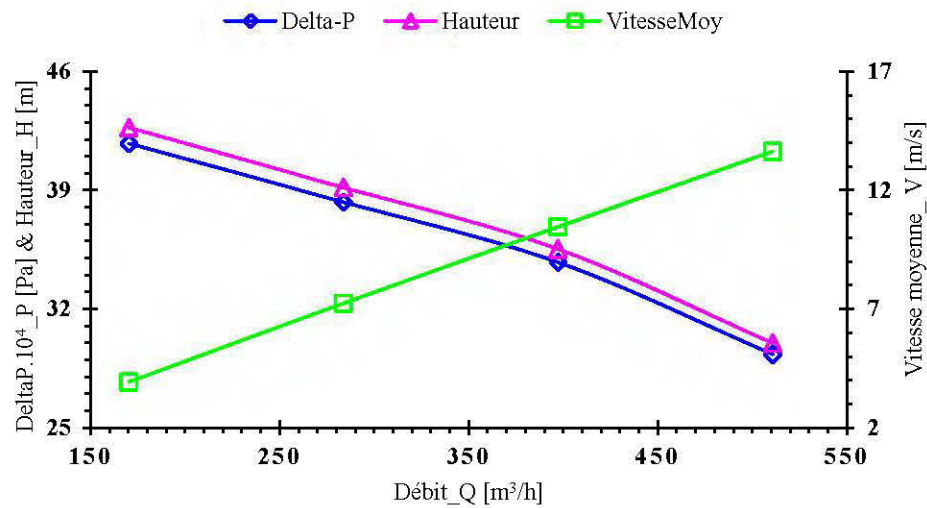
La figure 6.1 représente la hauteur manométrique, la puissance à l'arbre et le rendement en fonction du débit volumétrique. Cette figure montre que la puissance à fournir augmente et que la hauteur diminue avec le débit. À  $Q = 397,25 \text{ m}^3/\text{h}$ , le rendement est

de à 78,54%, la hauteur est 35,52 m et la puissance à l'arbre fournie est à 50,73 kW. Si la PTV doit adopter les paramètres dimensionnels et de fonctionnement énumérés ci-haut, le débit susmentionné serait identifié comme point de fonctionnement optimal.



**Figure 6.1:** Hauteur manométrique, puissance à l'arbre et rendement en fonction du débit.

La figure 6.2 met exergue la variation de la différence de pression statique en sortie et en entrée de la pompe, de la hauteur manométrique et de la vitesse moyenne en sortie de la pompe. Il en résulte que lorsque la hauteur et la pression décroissent, la vitesse moyenne en sortie du diffuseur augmente. Ce qui est un comportement attendu sur les pompes car la hauteur est obtenue en divisant la différence de pression par le coefficient  $\rho g$ .



**Figure 6.2:** Variation de la pression, la hauteur manométrique et de la vitesse en fonction du débit

Le premier objectif de ce travail est d'obtenir un modèle numérique de la VTT 2000. Ainsi, les résultats présentés ne peuvent être validés si les courbes caractéristiques de la hauteur manométrique, de la puissance à l'arbre et du rendement ne sont pas proches ou au mieux identiques à celles de la VTT 2000. Ceci étant, la section suivante est consacrée à l'analyse des résultats obtenus jusqu'ici et ceux reçus de Technosub.

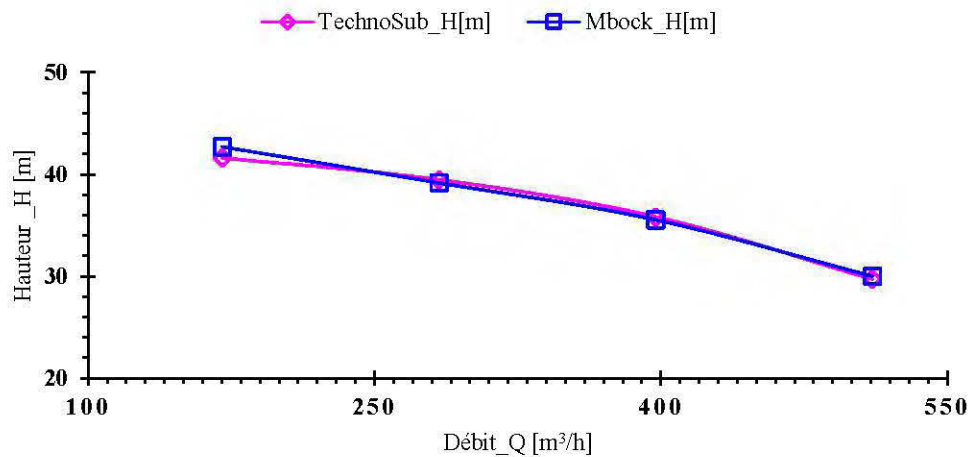
## 6.2 Validation du modèle numérique

Pour valider le modèle élaboré, les résultats de simulation sont comparés qualitativement et quantitativement aux résultats expérimentaux fournis par Technosub. Les courbes de performance sont confrontées dans les figures 6.3 et 6.4.

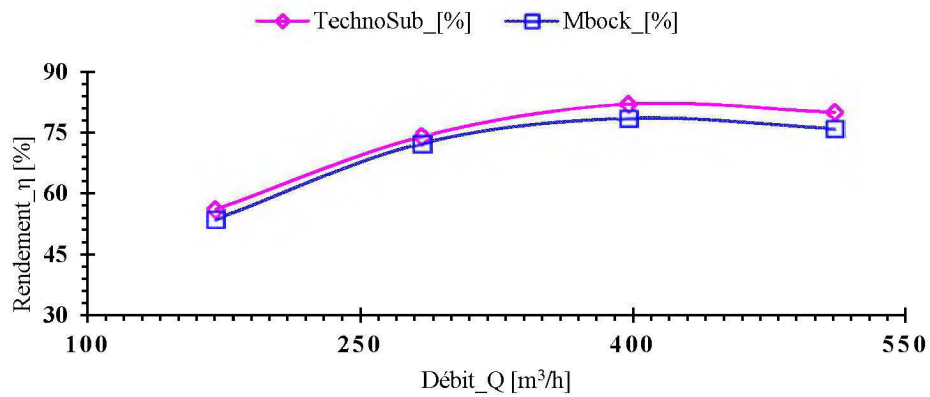
L'analyse comparative permet d'évaluer les résultats obtenus dans les mêmes conditions opérationnelles. L'évaluation qualitative se limite aux tendances des résultats présentées aux figures 6.3 et 6.4. Ceci donne une idée sur la pertinence du modèle sous investigation.

L'évaluation quantitative présentée à la figure 6.4 quant à elle, consiste à mettre en exergue les écarts qui existent entre les résultats expérimentaux et théoriques. Ainsi, l'évaluation qualitative va conduire à la validation ou non du modèle et l'évaluation quantitative va permettre d'affiner le modèle en agissant sur les paramètres dimensionnels et/ou la forme des aubes par exemple au cas où le modèle est validé qualitativement.

Les figures 6.3 et 6.4 présentent respectivement les courbes des hauteurs manométriques et des rendements de la pompe du fabricant et des résultats du modèle numérique. Visiblement, les deux courbes présentent une très bonne tendance. Ce qui laisse croire *à priori* que le comportement du modèle numérique obtenu est similaire au modèle réel caractérisé au banc d'essai de Technosub. En outre, les résultats de la puissance à l'arbre ne sont pas présentés ici car guère fournis par l'entreprise.

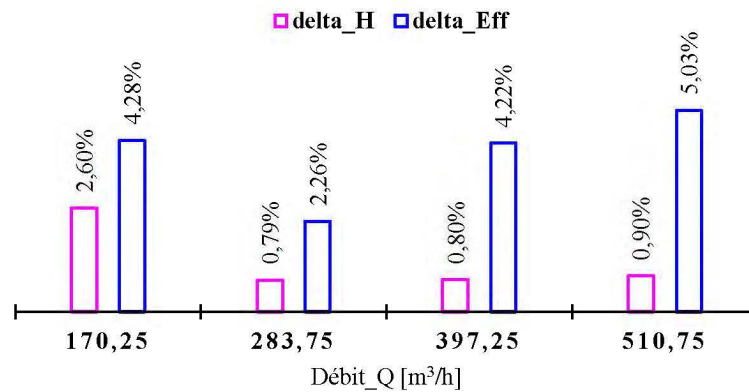


**Figure 6.3:** Hauteur manométrique en fonction du débit



**Figure 6.4:** Rendement en fonction du débit

Cependant, aux débits élevés, les courbes représentant le rendement mettent en relief des écarts alors que les deux courbes de hauteur sont presque confondues. Les écarts visiblement observés, sont quantifiés en calculant l'écart relatif en valeur absolue entre les données expérimentales et les résultats numériques. Ces écarts sont présentés sur la figure 6.5. Pour la hauteur manométrique, les déviations en valeur absolue sont inférieures à 3. De même, un faible écart est observé sur le rendement ( $\Delta\eta < 5.1\%$ ).



**Figure 6.5:** Écarts relatifs de la hauteur et du rendement en fonction des débits

Il est compréhensible que les résultats du modèle numérique soient acceptables dans le cadre de ce travail. En effet, les écarts ainsi observés s'expliquent par le fait que le modèle numérique ne prend pas en compte les pertes mécaniques et volumétriques présentes dans le modèle de référence. Aussi, les écarts de conception existent dans les deux modèles lorsque les paramètres tels que les angles des aubes ou le moulage des canaux hydrauliques de la pompe ne peuvent pas être reproduits fidèlement. Un dernier élément à mettre en exergue serait le modèle de turbulence appliqué à notre géométrie pour traduire l'écoulement dans la pompe [3]. Tous ces paramètres feraient partie intégrante des faibles écarts observés entre les deux modèles.



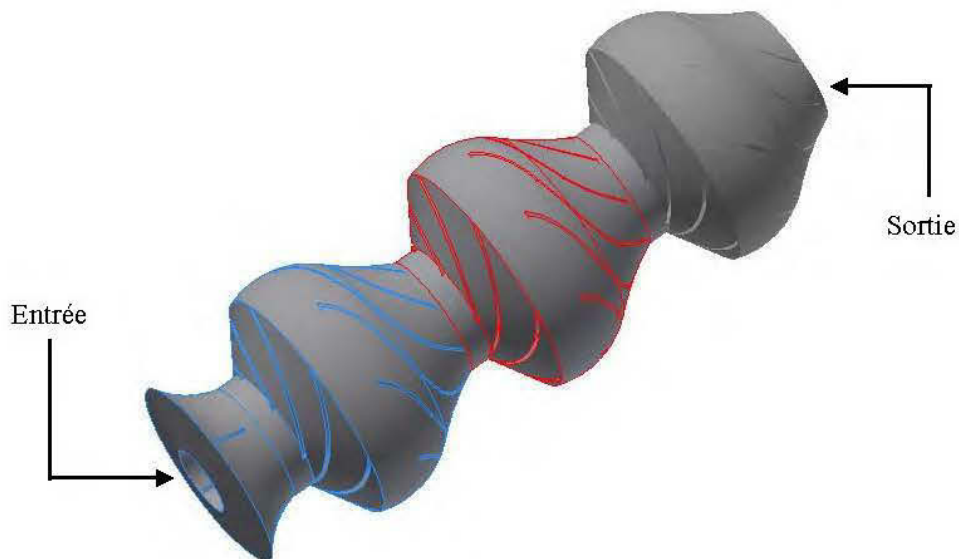
## CHAPITRE 7

### ANALYSE DES RÉSULTATS ET ADAPTABILITÉ À L'ÉCOULEMENT DIPHASIQUE

Une fois le modèle numérique validé, celui-ci est considéré dans la suite comme modèle de référence. Le présent chapitre présente les résultats et analyse des modèles multi-étages du modèle de référence, l'analyse des résultats lorsque le modèle de référence est soumis à un écoulement diphasique (eau et particules solides) et la proposition d'un modèle adaptable à l'écoulement diphasique.

#### 7.1 Modèles multi-étages

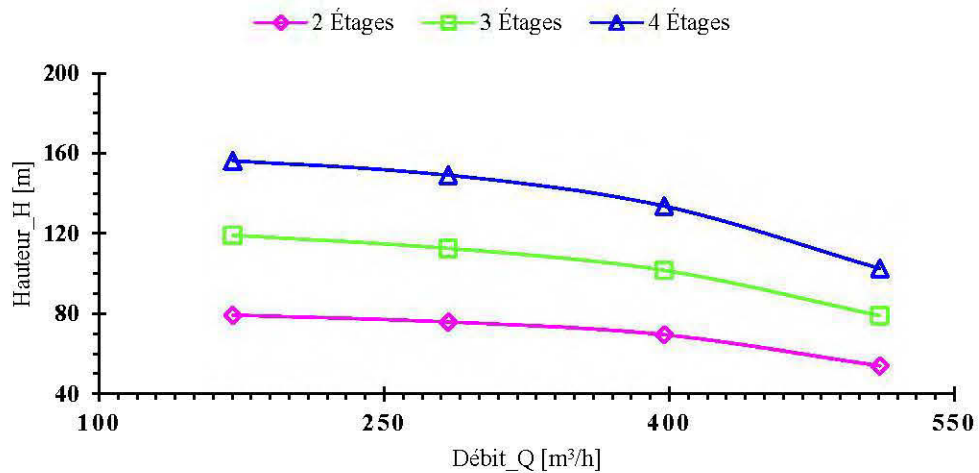
Les analyses sont faites sur les modèles à 2, 3 (figure 7.1) et 4 étages. Les paramètres fonctionnels et géométriques restent identiques.



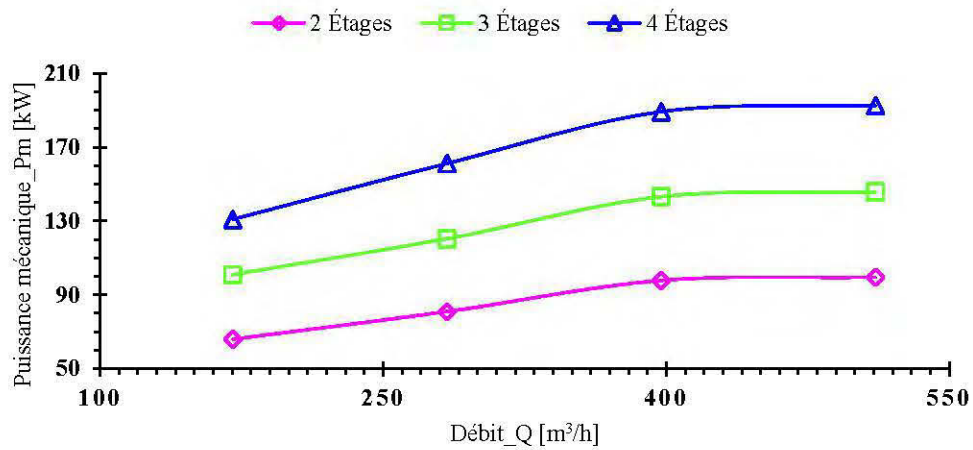
**Figure 7.1:** Modèle 3 étages d'une PTV

### 7.1.1 Performances hydrauliques

Les figures 7.2 et 7.3 illustrent respectivement la hauteur manométrique et la puissance à l'arbre à différents débits sur des modèles de pompes à 2, 3 et 4 étages. Les courbes suivent les tendances prévues. Une augmentation de la variation de la pression statique entraînant effectivement une augmentation de la puissance lorsqu'un étage de pompe est ajouté. Par ailleurs, il est remarquable que ces deux variables évoluent corrélativement entre les étages.

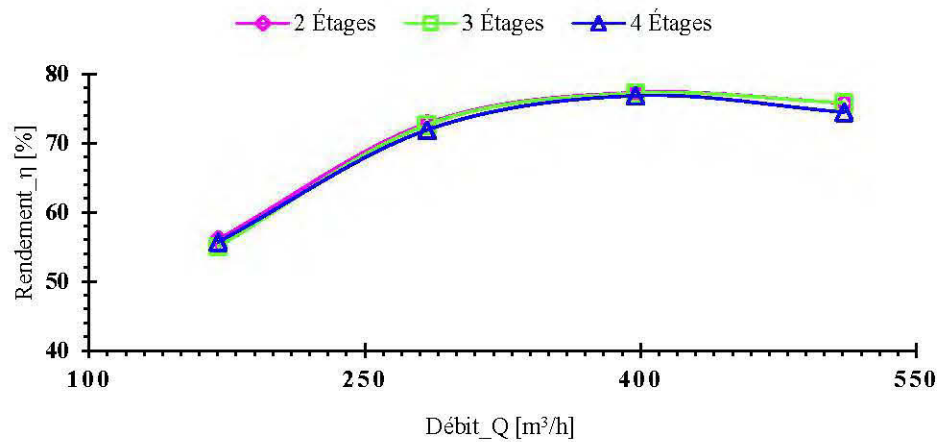


**Figure 7.2:** Hauteur manométrique en fonction du débit des modèles à 2, 3 et 4 étages.



**Figure 7.3:** Puissance à l'arbre en fonction du débit des modèles à 2, 3 et 4 étages.

En outre, la figure 7.4 présente le rendement de la pompe suivant le nombre d'étages. Comme l'ajout d'un étage entraîne l'augmentation de la puissance fournie par le moteur et la hauteur manométrique, alors le rendement global sera identique quel que soit le nombre d'étages.



**Figure 7.4:** Rendement en fonction du débit des modèles à 2, 3 et 4 étages.

### 7.1.2 Analyse des champs de pression et de vitesse

Les figures 7.5a, 7.6a et 7.7a montrent les contours des champs de pression. Ces derniers mettent en exergue les poches de dépression à l'intrados, près du bord d'attaque des aubes du diffuseur. Elles semblent plus importantes au premier étage et se dissipent progressivement sur les étages suivants. Ces poches sont des zones de perte d'énergie. Ainsi, l'étage 1 perdrait plus d'énergie que l'étage 2 qui, en perdrait plus que l'étage 3. Excepté au premier étage, les contours de vitesse sur les figures 7.5b, 7.6b et 7.7c révèlent un comportement répétitif sur les autres étages. Les sorties des impulseurs sont des zones où le fluide est accéléré. En sortie des diffuseurs, cette vitesse chute drastiquement. En sortie du diffuseur du modèle à 2 étages, la vitesse moyenne est de 7,23 m/s et la variation de pression  $\Delta P$  est de 741488 Pa. Sur le modèle à 3 étages, la vitesse moyenne en sortie est de 7,21 m/s et  $\Delta P = 1,1 \cdot 10^6$  Pa. Ces valeurs traduisent le fait que la pression est haute là où la vitesse est basse et inversement. Donc un diffuseur dans ce cas de figure qui fait chuter la vitesse au minimum serait idéal.

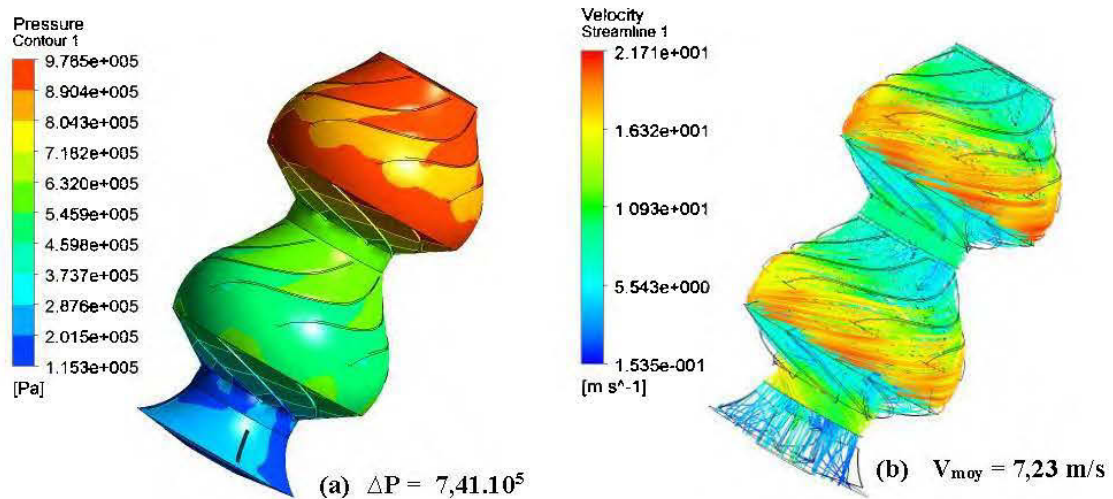
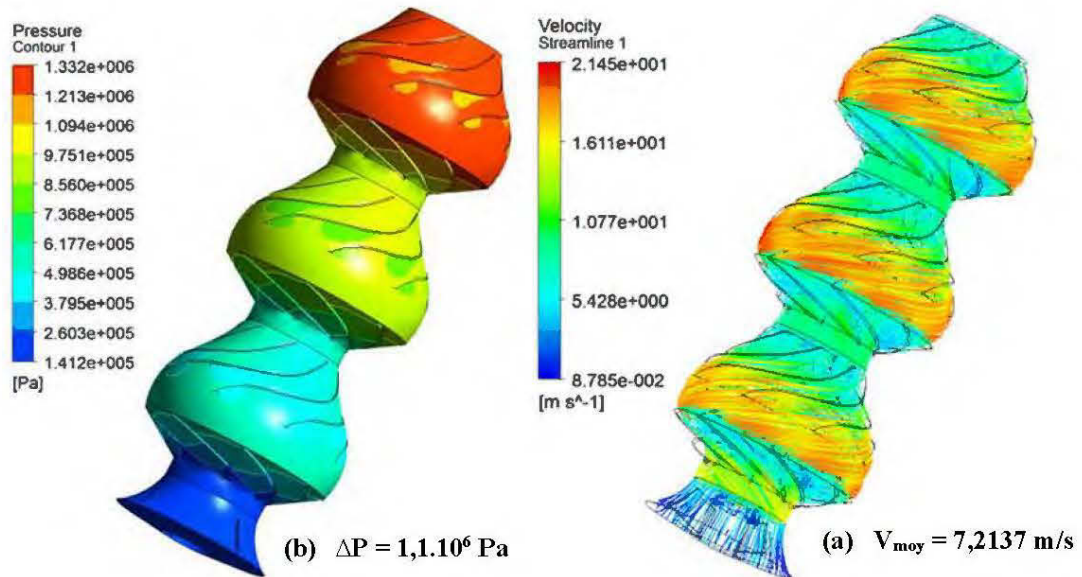
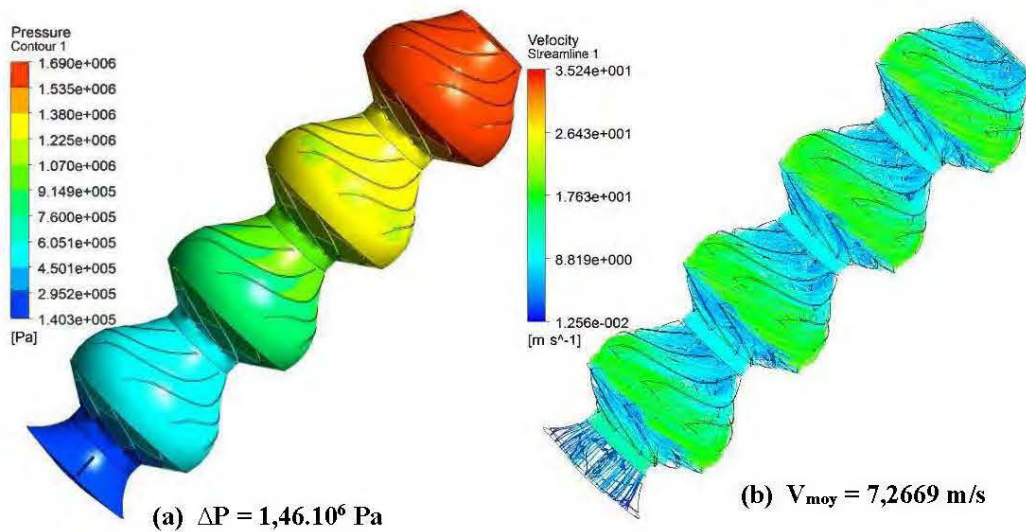


Figure 7.5: Pression (a) et vitesse (b) de la PTV à 2 étages au débit  $Q = 283,75$  m<sup>3</sup>/h



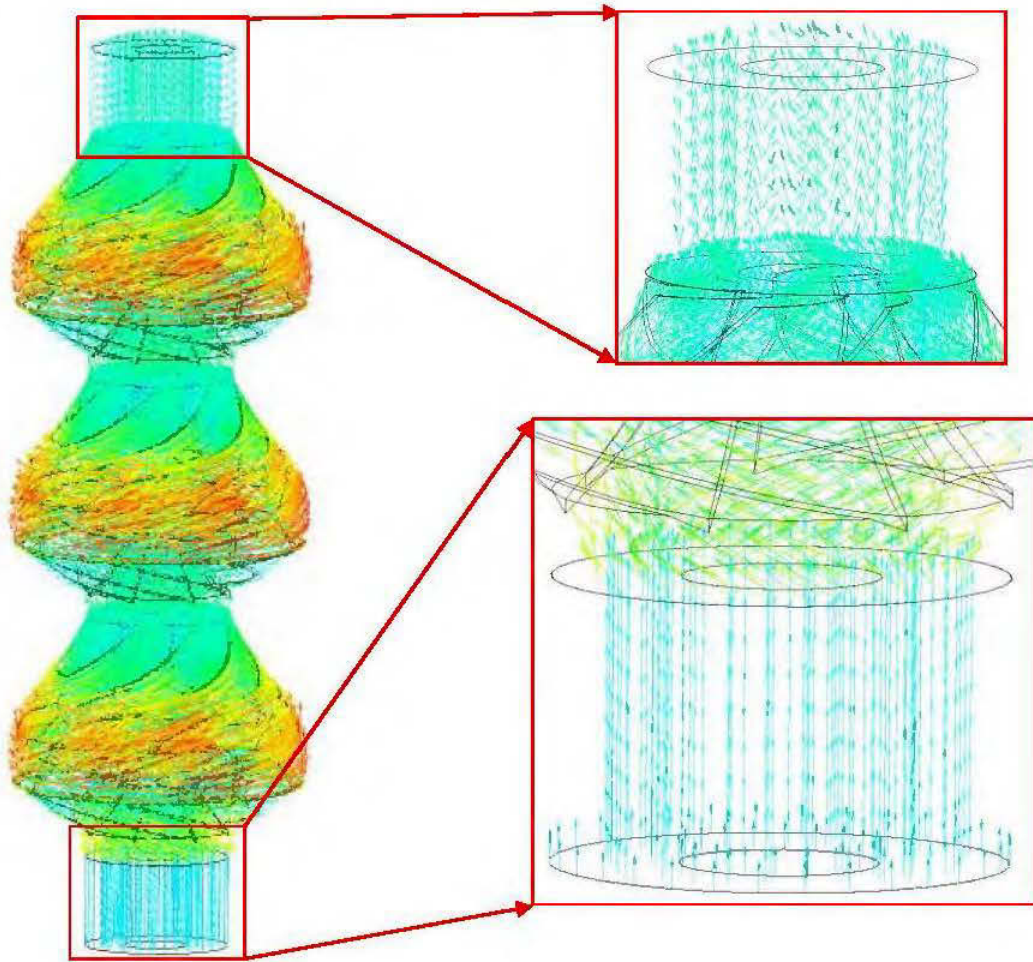
**Figure 7.6:** Pression (a) et vitesse (b) de la PTV à 3 étages au débit  $Q = 283,75 \text{ m}^3/\text{h}$



**Figure 7.7:** Pression (a) et vitesse (b) de la PTV à 4 étages au débit  $Q = 283,75 \text{ m}^3/\text{h}$

Un examen du champ de vitesse à l'intérieur des composants de la pompe sur la figure 7.8 révèle que l'écoulement pénètre le premier étage axialement. Ce qui n'est pas le cas pour les étages suivants. Autrement dit, l'écoulement dans les étages suivants est

influencé par l'écoulement résultant du premier étage. L'écoulement au dernier étage n'est pas strictement orienté axialement. Les vectrices vitesses dans cette zone ont des composantes axiales et centrifuges, nonobstant la valeur de  $90^{\circ}$  de l'angle du bord de fuite des aubes du diffuseur. Ce qui entrevoit l'existence des termes sources (forces centrifuge et de Coriolis) non négligeables qui prennent naissance à l'impulseur dont le diffuseur réduit la portée. Stel et al. [3] font la même observation.



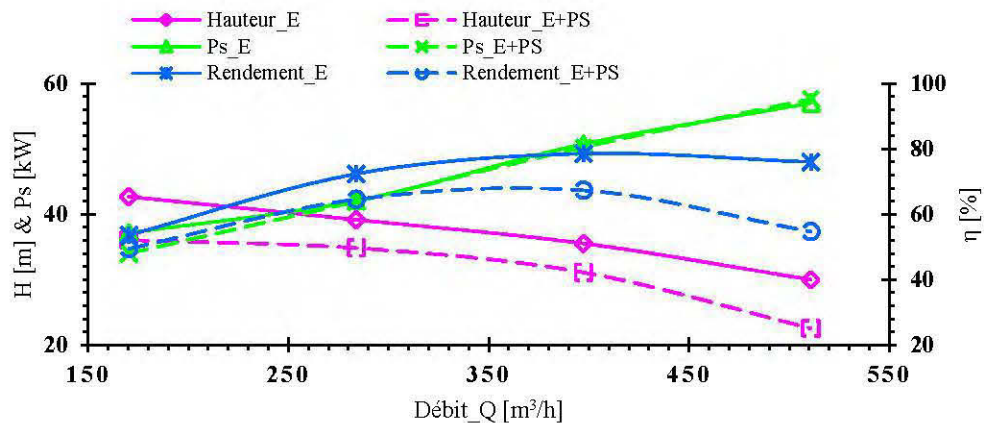
**Figure 7.8:** Vecteurs champs d'écoulement dans un modèle 3 étages simplifié

## 7.2 Analyse du modèle diphasique

Dans cette section, les résultats sont présentés sous forme de performances hydrauliques en comparaison avec l'écoulement monophasique et en analysant les profils de vitesses et de fraction de volume des particules solides et de l'eau.

### 7.2.1 Performances hydrauliques

Pour obtenir ces résultats, la configuration appliquée est celle énoncée au paragraphe 5.3.1. L'observation des courbes de la figure 7.9 donne des résultats attendus. En effet, le rendement et la hauteur manométrique diphasiques sont inférieurs aux performances de la pompe lorsque le fluide est de l'eau claire. Ce qui met en évidence l'effet des particules solides dans le champ d'écoulement. Par contre, la puissance à l'arbre dans les deux types d'écoulement reste constante. Ces résultats sont également obtenus par [26].



**Figure 7.9:** Performances de l'écoulement diphasique en comparaison avec de l'eau claire

### 7.2.2 Comportement des phases continue et discrète

Les particules fortement couplées à la phase continue ont permis d'évaluer les performances hydrauliques sans pour autant informer sur le comportement conséquent de chaque phase. Cette section est donc consacrée à l'examen de la distribution spatiale de chaque phase en analysant la trajectoire des particules, les vitesses moyennes en sortie de l'eau et des particules solides.

La figure 7.10 met en évidence la trajectoire des particules solides. Il est remarquable que celles-ci, en se dirigeant vers la sortie occupent de plus en plus les parois du diffuseur, en particulier la zone de dépression qu'est l'intrados. Ce qui confirme l'observation faite à la figure 7.8 dont l'allure du champ de vecteurs vitesses laissait témoigner de l'existence des forces centrifuges et de Coriolis (termes sources) qui rendaient l'écoulement semi-axial. La densité des particules accentuent ces forces.

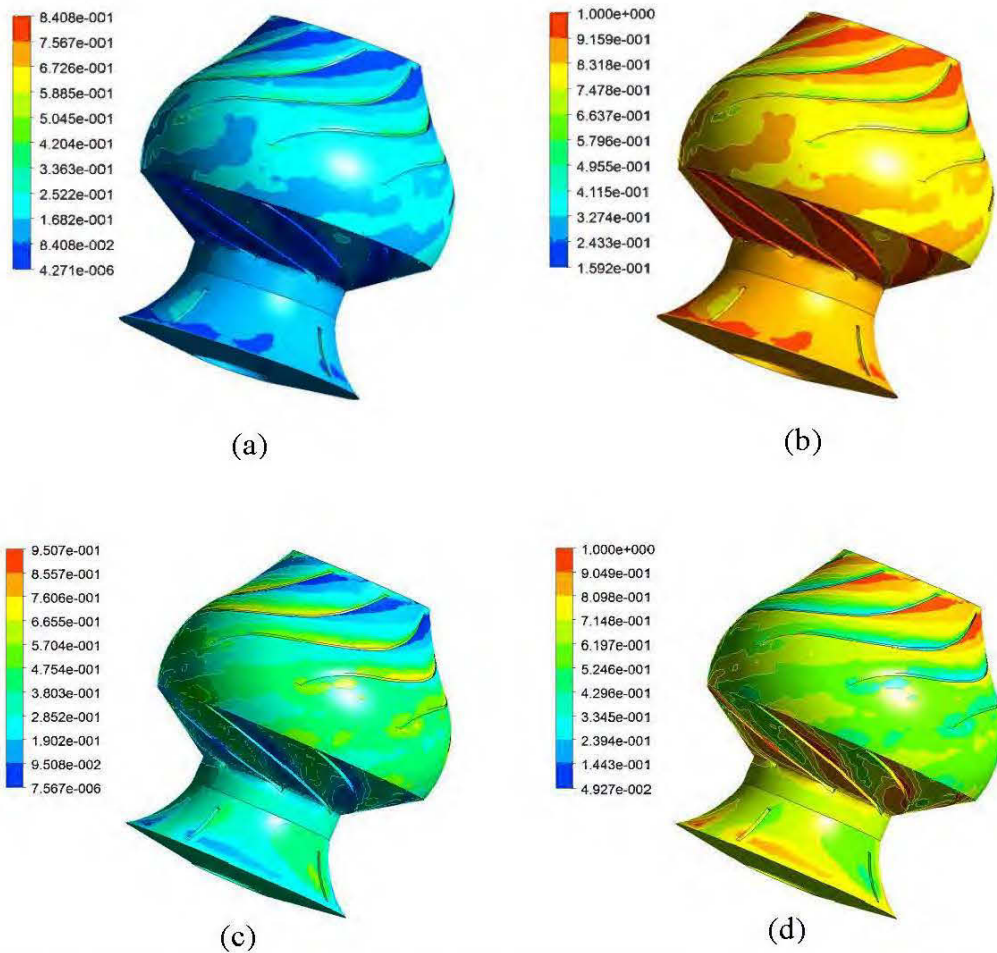


**Figure 7.10:** Trajectoire des particules solides

Les particules solides dans ce cas ont une densité de 2 et un diamètre de 1 mm, leur concentration ou fraction de volume  $C_v$  a été variée et est de 10% (figures 7.11a et b), de 30% (figures 7.11c et d). Le débit pour les 4 cas est de 383,75 m<sup>3</sup>/h.



Lorsque les contours de fraction de volume des particules solides et de l'eau sont observés à la figure 7.11, il est visible que les particules solides occupent l'intrados des aubes du diffuseur et l'eau l'extrados. Cette distribution spatiale est nuancée sur les aubes de l'impulseur. Ce qui traduit physiquement que les particules solides ont tendance à stagner au niveau du diffuseur qui est fixe et pas sur l'impulseur qui est en rotation.



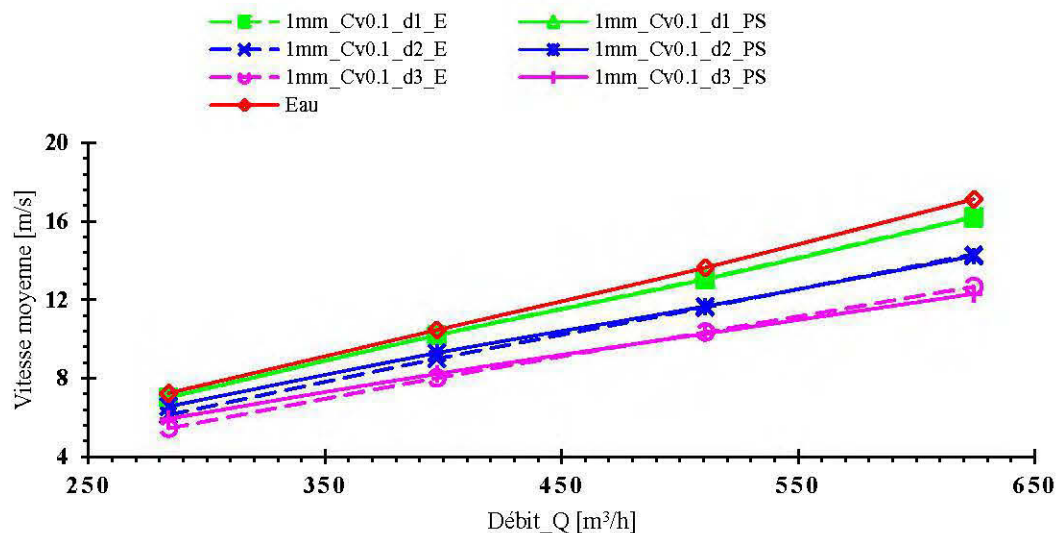
**Figure 7.11:** Contour de fraction de volume des particules solides pour  $C_v = 10\%$  (a) et  $C_v = 30\%$  (c) ; fraction de volume de l'eau à  $C_v = 90\%$  (b) et  $C_v = 70\%$  (d);

$$\phi = 1mm, d = 2 \text{ et } Q = 383,75 \text{ m}^3/h.$$

Ces contours mettent en évidence l'influence de  $C_v$  sur le champ d'écoulement. Il est juste remarquable que les particules solides se déplacent plus lorsque leur concentration est de 30%. Pour autant, ce fait ne justifie pas la chute des performances de la pompe. Puisque la pression en sortie du diffuseur est considérée pour évaluer les paramètres hydrauliques, il est nécessaire d'observer le comportement des phases à cette surface tout en faisant varier les paramètres que sont la densité des particules solides, leur diamètre moyen et leur concentration volumique dans le mélange hétérogène.

### **Cas 1 : Variation de la densité**

La figure 7.12 présente la vitesse moyenne de l'eau et des particules solides en fonction du débit en sortie du diffuseur. La vitesse de l'écoulement monophasique est comparée à la vitesse de l'écoulement diphasique lorsque la phase discrète a un diamètre moyen de 1 mm avec une concentration de 10%. La densité  $d$  des particules solides varie de 1 à 3.



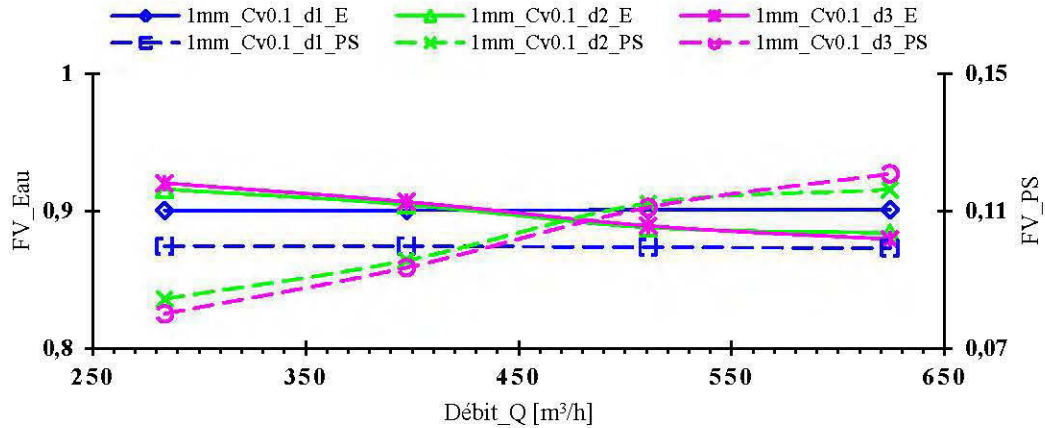
**Figure 7.12:** Vitesse moyenne en sortie de l'écoulement monophasique et des différents écoulements diphasiques, phase solide  $\phi = 1mm$ ,  $C_v = 10\%$  et  $d = [1, 2, 3]$

Il en résulte trois observations :

- La vitesse monophasique est supérieure aux vitesses diphasiques : à l'écoulement monophasique, les effets imprimés par les particules sont quasi nuls;
- L'influence de la densité  $d$  :
  - à  $d = 1$ , la vitesse des deux phases est identique;
  - lorsque  $d > 1$ , la vitesse de la phase discrète est supérieure à la vitesse de la phase continue aux faibles débits. La tendance montre qu'aux débits élevés, la phase dispersée est moins rapide que la phase continue, ce qui est prononcé lorsque  $d$  augmente. Cette variation met en exergue le transfert de la quantité de mouvement d'une phase à l'autre.

En comparant essentiellement la vitesse des particules, [33] a pu montrer dans une jet-pompe que celle-ci décroît lorsque la densité augmente telle que observée ici. Le dernier résultat est également obtenu par [34] sur l'analyse transitoire d'un écoulement solide-liquide dans une pompe centrifuge.

La figure 7.13 présente les variations la fraction de volume des différentes phases à la sortie du diffuseur en fonction du débit.



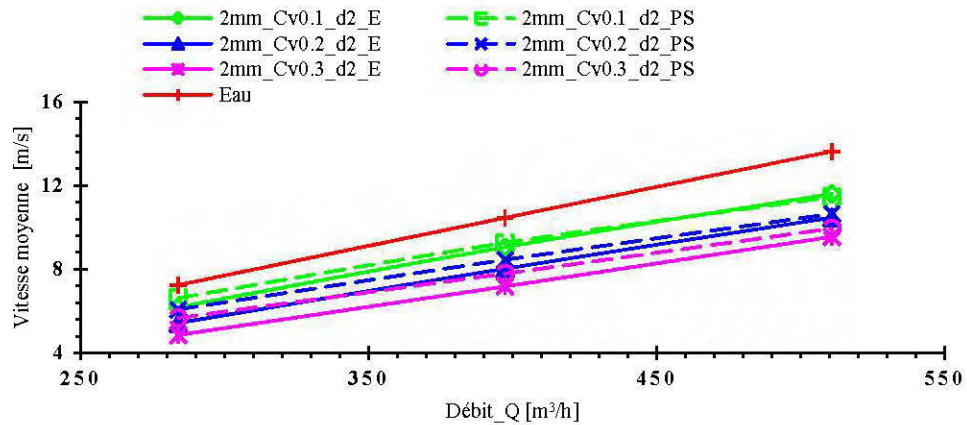
**Figure 7.13:** Fraction de volume des phases en sortie du diffuseur en fonction du débit, phase solide  $\phi = 1mm$ ,  $Cv = 10\%$  et  $d = [1, 2, 3]$

Il ressort clairement qu'à  $d = 1$ , la fraction de volume reste invariante pour les deux phases. Pour les autres densités ( $d > 1$ ), la fraction de volume des particules solides croît avec le débit alors que la phase continue évolue inversement. Ceci peut être expliqué du fait que la somme des fractions de volume des deux phases doit être 1. Ce comportement des particules solides laisse appréhender qu'aux débits élevés, la PTV sous investigation traite mieux les écoulements diphasiques. Par ailleurs, le fait que les vitesses moyennes des deux phases soient presque confondues aux débits élevés témoigne de cet aspect.

## **Cas 2 : Variation de la concentration ou fraction de volume**

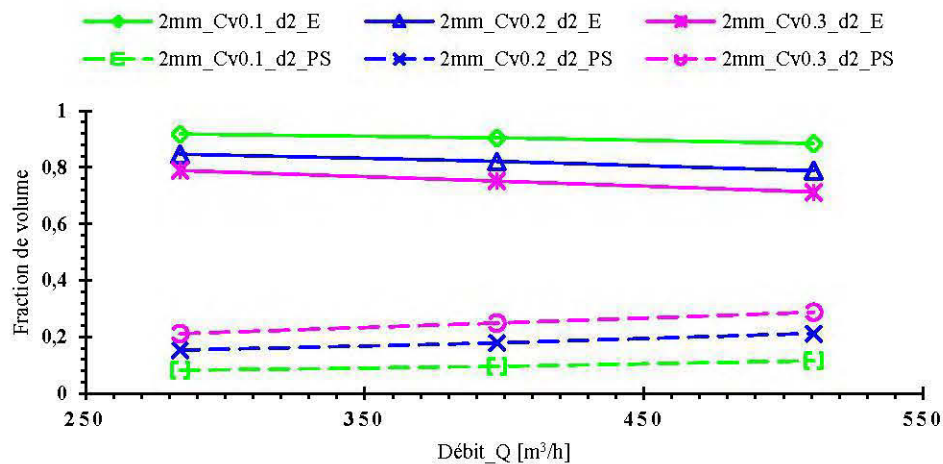
La figure 7.14 met en exergue l'évolution de la vitesse moyenne à la sortie du diffuseur en fonction du débit lorsque la concentration varie de 10% à 30%. Il en résulte que le

comportement de la vitesse est identique au résultat précédemment obtenu au cas 1 lorsque la densité est la grandeur variante.



**Figure 7.14:** Vitesse moyenne en sortie de l'écoulement monophasique et des différents écoulements diphasiques, phase solide  $\phi = 2mm$ ,  $d = 2$  et  $Cv (\%) = [10, 20, 30]$ .

En ce qui concerne la fraction de volume dont l'évolution est présentée sur la figure 7.15, la tendance reste la même : la fraction de volume des particules solides augmente avec le débit alors celle de l'eau diminue. Il est aussi remarquable qu'au fur et à mesure que la concentration augmente, l'écart de la fraction de volume se réduit entre la phase continue et la phase discrète. En d'autres termes, lorsque la concentration est élevée, il y a un plus grand volume de particules solides qui sort de la pompe.

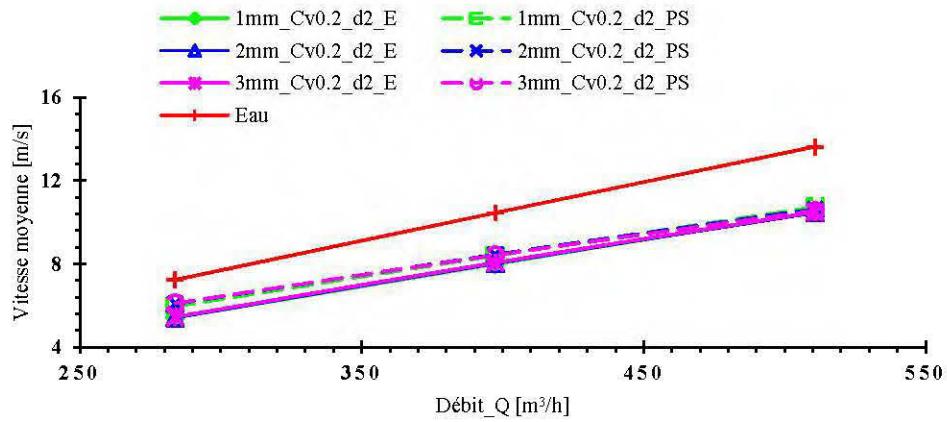


**Figure 7.15:** Fraction de volume des phases en sortie du diffuseur en fonction de débit, phase solide  $\phi = 2\text{mm}$ ,  $d = 2$  et  $Cv (\%) = [10, 20, 30]$ .

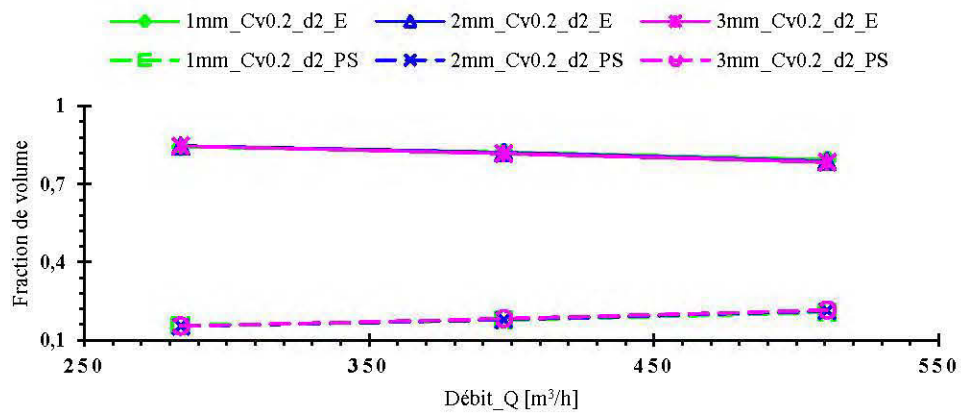
### **Cas 3 : Variation du diamètre des particules solides**

Les particules solides ont des diamètres moyens de 1, 2 et 3 mm. Les figures 7.16 et 7.17 présentent une analyse différente lorsque c'est le diamètre des particules qui varie. La vitesse de l'eau à l'écoulement monophasique reste supérieure aux vitesses des différentes phases de l'écoulement diphasique comme dans les autres cas. De même, les vitesses des phases présentent un comportement similaire : aux faibles débits la vitesse de la phase solide est supérieure à la vitesse de la phase continue. Cette tendance s'inverse aux grands débits.

Cependant, contrairement aux autres cas, la vitesse moyenne et la fraction de volume en sortie du diffuseur dans chaque phase reste presque identique quel que soit le diamètre. Explicitement, lorsque le diamètre des particules solides varie, la vitesse est presque la même pour chaque phase. Cette observation est valide pour la fraction de volume.



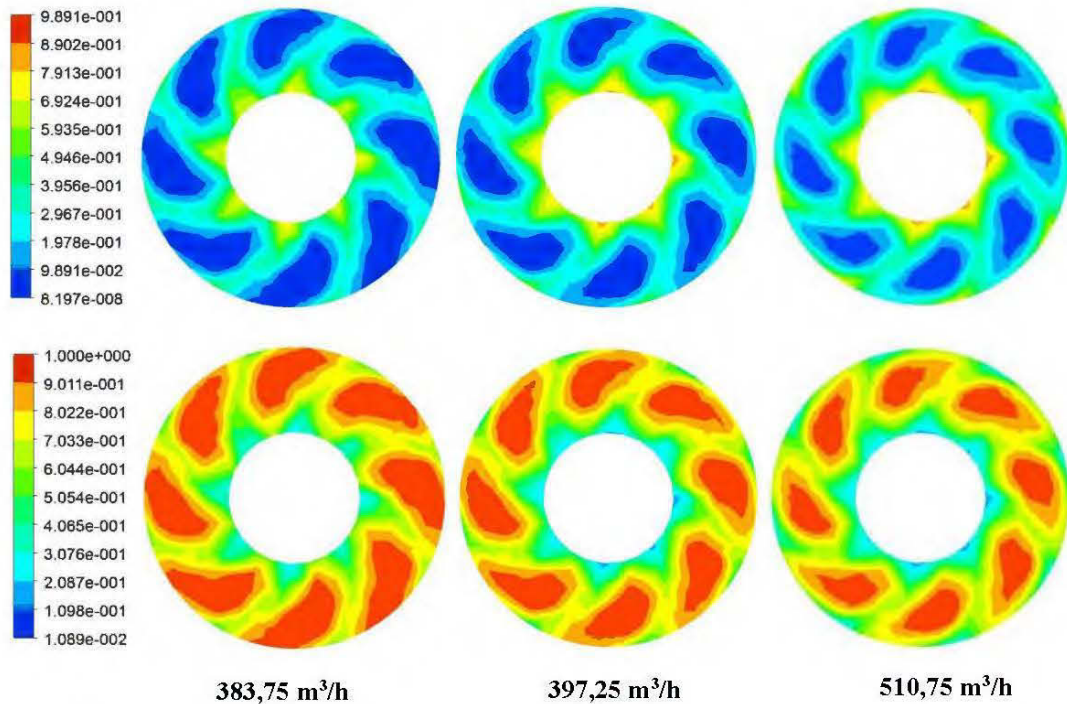
**Figure 7.16:** Vitesse moyenne en sortie de l'écoulement monophasique et des différents écoulements diphasiques, phase solide  $\phi$  (mm) = [1, 2, 3];  $d = 2$  et  $Cv = 20\%$ .



**Figure 7.17:** Fraction de volume des phases en sortie du diffuseur en fonction de débit, phase solide  $\phi$  (mm) = [1, 2, 3];  $d = 2$  et  $Cv = 20\%$ .

### Distribution relative des phases

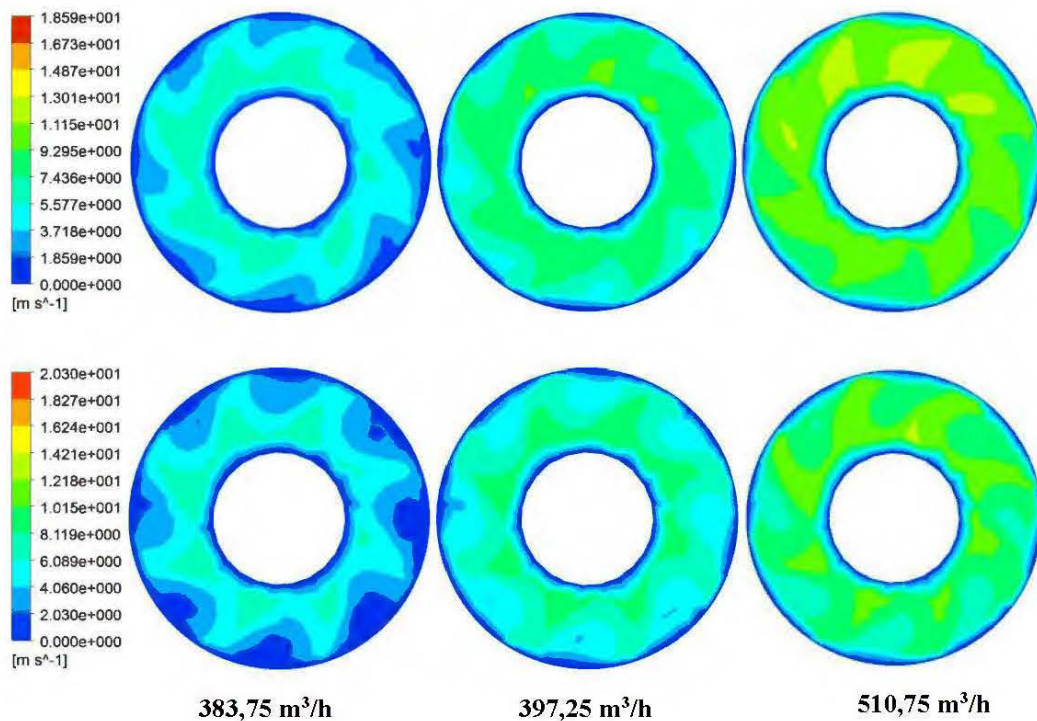
La figure 7.18 donne la distribution spatiale de la fraction de volume en sortie du diffuseur. Il est visible que la distribution de la phase discrète (1<sup>ère</sup> rangée) est le dual de la distribution de la phase continue (2<sup>ième</sup> rangée). En effet, les particules solides occupent l'espace déserté par l'eau. La phase solide est présente aux parois alors que la phase continue occupe la surface milieu du canal hydraulique. La remarque faite sur les figures 7.13, 7.15 et 7.17 peut être réitérée dans cette analyse : la surface occupée par les particules solides augmente avec le débit.



**Figure 7.18:** Distribution spatiale de la fraction de volume en sortie du diffuseur des particules solides (1<sup>ère</sup> rangée) et de l'eau (2<sup>ième</sup> rangée),  
phase solide  $\phi = 2mm$ ,  $Cv = 30\%$  et  $d = 2$



La distribution du champ de vitesse en sortie du diffuseur est visionnée sur la figure 7.19. Il est connu qu'à une paroi, la vitesse est nulle (condition de non-glissement). Cependant, on peut remarquer qu'au de débit de 383,75 m<sup>3</sup>/h, le contour traduisant la vitesse nulle est grand par rapport aux autres débits. Ce contour diminue lorsque le débit augmente. Une nette amélioration de la vitesse de la phase discrète (1<sup>ère</sup> rangée) à un débit de 510,75 m<sup>3</sup>/h est d'ailleurs visible.



**Figure 7.19:** Vitesse en sortie du diffuseur des phases discrète (1<sup>ère</sup> rangée) et continue (2<sup>ième</sup> rangée), phase solide  $\phi = 2mm$ ,  $Cv = 30\%$  et  $d = 2$

### 7.2.3 Conclusion sur l'analyse diphasique

L'analyse de l'écoulement diphasique a permis de voir qu'aux faibles débits, la vitesse des particules solides est supérieure à la vitesse de la phase continue. Cette tendance est renversée aux débits élevés. De même, les contours de vitesse nulle sont plus importants aux faibles débits et un plus grand volume de la phase discrète sort de la pompe aux débits élevés.

Par ailleurs, les parois de la PTV, notamment l'intrados des aubes du diffuseur sont les zones où la phase discrète est fortement concentrée. Ce comportement est observé lorsque la densité, le diamètre moyen des particules et la concentration de la phase discrète croissent dans le fluide diphasique.

Au regard de ces remarques, la PTV sous investigation semble présenter une morphologie qui favoriserait l'obturation des canaux hydrauliques lors d'un écoulement « eau et particules solides », car la pompe se comporte mieux lorsque les débits sont élevés.

### 7.3 Proposition d'amélioration de la géométrie

Les performances de la PTV, lorsqu'elle est soumise à un écoulement diphasique sont inférieures lorsque le fluide est simplement de l'eau. C'est évidemment un comportement attendu. Suite à l'analyse des résultats obtenus, il est question dans cette section de proposer une morphologie contribuant à l'amélioration des performances du modèle de référence.

#### 7.3.1 Taux de dilatation volumique

L'équation 5.13 peut être écrite sous la forme :

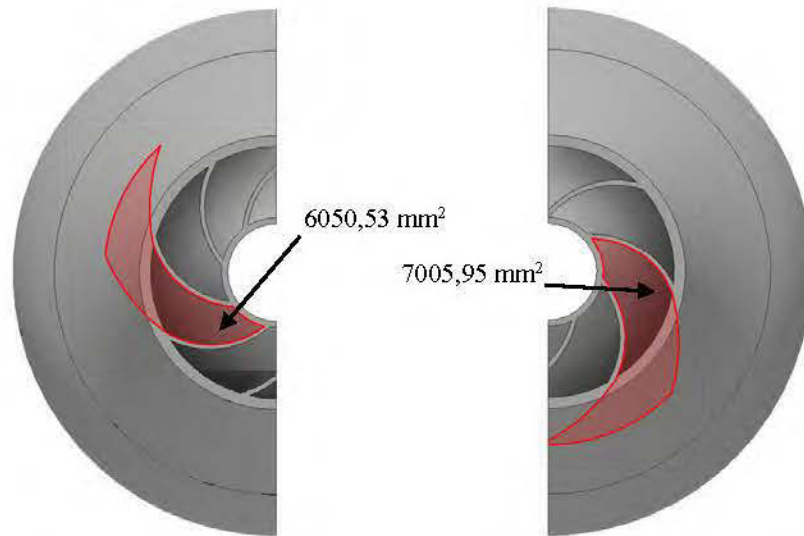
$$\nabla \cdot (r_\alpha U_\alpha) + \nabla \cdot (r_\beta U_\beta) = 0 \quad (7.1)$$

Cette équation traduit le fait que le taux de dilatation volumique de chaque phase est nul : le fluide diphasique peut se déformer mais chaque élément garde son volume au cours du mouvement.

Comme la PTV semble être facilement obturée et qu'elle se comporte mieux aux débits élevés, des géométries qui élargissent les canaux hydrauliques peuvent améliorer ses performances hydrauliques. Pour ce faire, deux géométries sont évaluées. Dans la suite, le modèle numérique validé est désigné par I7D8 pour traduire que l'impulseur a 7 aubes et le diffuseur en a 8.

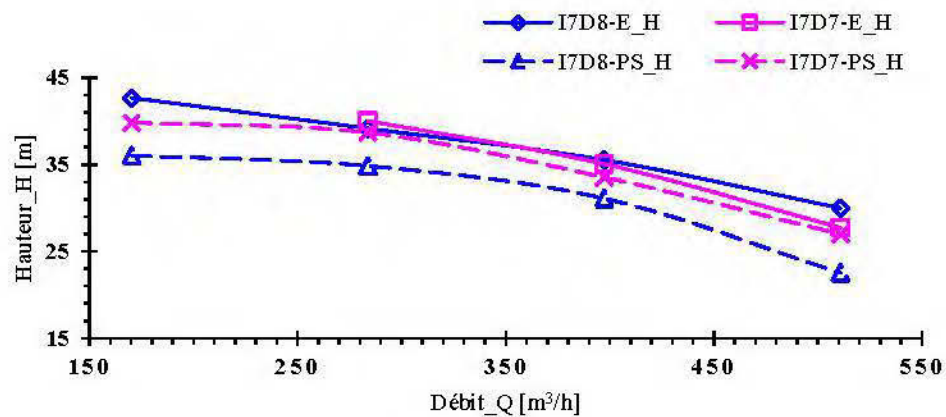
### **7.3.2 Cas 1 : Élargissement des canaux hydrauliques au diffuseur**

L'élargissement des canaux hydrauliques de 13,6% dans ce cas correspond à la réduction du nombre d'aubes du diffuseur à 7. Ce modèle sera désigné par I7D7. Ainsi, l'impulseur et le diffuseur ont le même nombre d'aubes. Bien que certains chercheurs pensent que cette configuration de pompe serait exposée à plusieurs plages raisonnantes [13], Stel et al. [3] ont mené une investigation sur une PTV ainsi configurée. L'idée est de maintenir les performances isolées de l'impulseur et d'agrandir simplement les canaux hydrauliques au niveau du diffuseur.

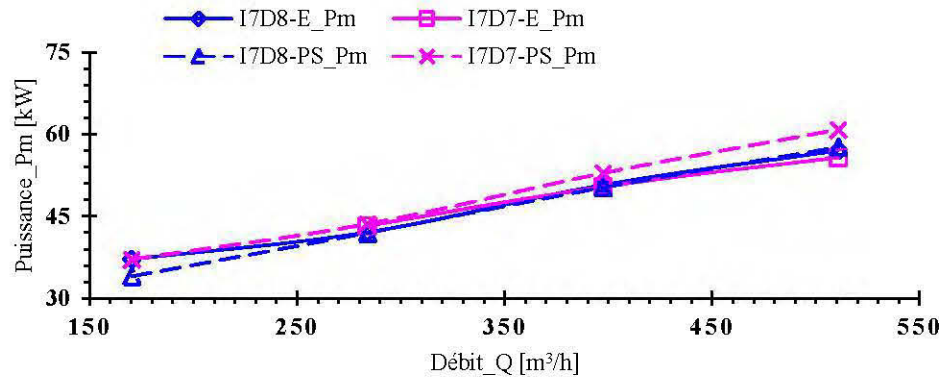


**Figure 7.20:** Élargissement des canaux hydrauliques du diffuseur.

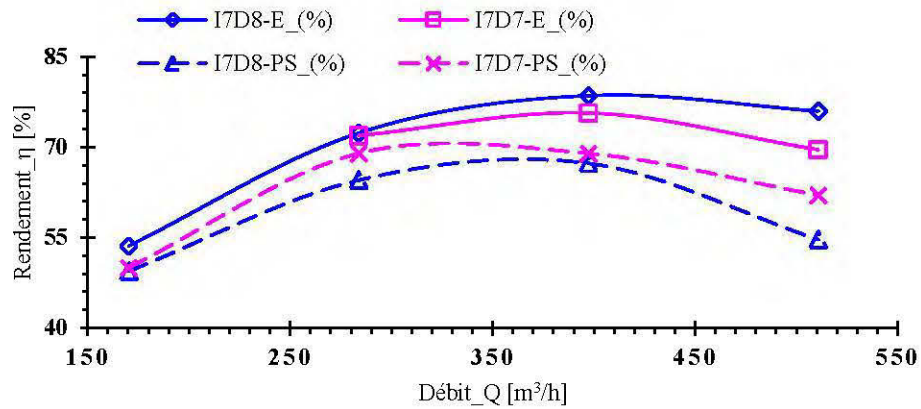
Les figures 7.21, 7.22 et 7.23 donnent respectivement la variation de la hauteur manométrique, de la puissance à l'arbre et du rendement lorsque les modèles I7D8 et I7D7 sont soumis aux écoulements où le fluide est essentiellement de l'eau claire (E) et où le fluide est constitué d'eau et des particules solides (PS).



**Figure 7.21:** Hauteur manométrique des modèles I7D8 et I7D7 sous les écoulements monophasique (eau) et diphasique (eau et particules solides) en fonction du débit



**Figure 7.22:** Puissance à l'arbre des modèles I7D8 et I7D7 sous les écoulements monophasique (eau) et diphasique (eau et particules solides) en fonction du débit



**Figure 7.23:** Rendement des modèles I7D8 et I7D7 sous les écoulements monophasique (eau) et diphasique (eau et particules solides) en fonction du débit

En analysant ces figures, les remarques suivantes se dégagent :

- le modèle modifié I7D7 a une hauteur manométrique inférieure au modèle I7D8 lorsque l'écoulement est diphasique et cette hauteur est presque identique lors de l'écoulement monophasique : le modèle I7D7 améliore la hauteur seulement lors de l'écoulement diphasique;

- la puissance à l'arbre du modèle I7D7 lorsque l'écoulement est diphasique est supérieure aux puissances de tous les autres cas;
- sur l'écoulement monophasique, l'efficacité du modèle modifié I7D7 est inférieure au modèle de référence, ce qui est l'inverse pour l'écoulement diphasique;
- le rendement du modèle modifié sur l'écoulement monophasique est meilleur que sur l'écoulement constitué d'eau chargée de particules solides;

Toutes ces remarques permettent de conclure que le modèle I7D7 est à ce niveau d'évaluation, le mieux adapté pour l'écoulement diphasique essentiellement.

Le tableau 7.1 évalue les écarts relatifs de la hauteur de la puissance à l'arbre et du rendement des deux modèles lorsqu'ils sont soumis à un écoulement diphasique. Le modèle proposé améliore la hauteur d'au moins 7 % et atteint 16,5% à un débit de 510,75 m<sup>3</sup>/h. Par contre l'amélioration du rendement n'est pas aussi conséquente même comme un maximum de correction de près de 12% est atteint au débit de 510,75 m<sup>3</sup>/h.

**Tableau 7.1:** Écarts relatifs des performances entre le modèle de référence et le modèle corrigé

Q [m <sup>3</sup> .h <sup>-1</sup> ]	$\Delta H$ [%]	$\Delta P_s$ [%]	$\Delta \eta$ [%]
170,25	9,49	8,40	1,19
283,75	9,94	3,79	6,40
397,25	7,26	5,01	2,37
510,75	16,53	5,31	11,84

### 7.3.2 Cas 2 : Réduction des aubes de l'impulseur et du diffuseur

Dans ce cas, le but est d'évaluer l'augmentation du canal hydraulique sur l'impulseur et le diffuseur. Les deux éléments de la PTV sont modifiés en diminuant le nombre d'aubes de l'impulseur de 7 à 6 et le nombre d'aubes du diffuseur de 8 à 7.

## CHAPITRE 8

### CONCLUSION ET PERSPECTIVES

#### 8.1 Conclusion

Dans le cadre de ce projet de recherche, il était question d'obtenir le modèle numérique de la pompe à turbine verticale VTT 2000 de l'entreprise Technosub et de proposer si nécessaire, une morphologie améliorée de ce modèle capable de drainer de l'eau fortement chargée de particules solides, telle que rencontrée dans les mines de la région.

Partant du point de conception du modèle de référence, la PTV a été classifiée comme de type Francis par rapport à sa vitesse spécifique adimensionnelle. Les approches de dimensionnement appliquées aux pompes centrifuges et aux pompes à écoulement mixte ont été combinées pour obtenir les dimensions de l'impulseur et du diffuseur. Les dimensions de la cloche d'aspiration ont été calculées en s'inspirant en partie sur la norme de conception des puits d'aspiration des pompes élaborée par l'American National Standards Institute/Hydraulic Institute (ANSI/HI). Un maillage adaptatif, grâce au module *Meshing* a été appliqué à la géométrie 3D.

La comparaison des résultats numériques et ceux fournis par le modèle de référence de Tecnosub obtenus au banc d'essai ont été validés. En effet, les plus grands écarts relatifs enregistrés sont de 2% pour la hauteur manométrique et de 5% pour le rendement global. Les performances hydrauliques sur les modèles de 2, 3 et 4 étages ont été évaluées. Il a été remarqué qu'une augmentation de la pression statique entraînait une augmentation de la puissance lorsqu'un étage de pompe est ajouté et que

ces deux variables évoluent proportionnellement entre les étages. Ce qui explique la constance du rendement sur tous les modèles multiétages.

Le premier objectif a été ainsi atteint.

Une fois le modèle numérique validé, il a été question d'évaluer ses performances hydrauliques pour un écoulement diphasique (eau et particules solides). Les résultats découlant de cette analyse ont permis de constater que les performances hydrauliques ont diminué, excepté la puissance à l'arbre qui est restée constante. La morphologie « Particle Transport Solid » avec des particules solides fortement couplées à la phase continue se limite dans ce cadre juste à l'évaluation des performances hydrauliques, il a donc été nécessaire d'analyser les champs d'écoulement pour comprendre la cause de la chute des performances afin de formuler une proposition d'amélioration.

Cette exigence a conduit à opter pour la morphologie « Dispersed Solid ». Dans cette configuration, le modèle de turbulence *Dispersed Phase Zero Equation* est considéré, la trainée a toujours été spécifiée par le modèle de Schiller Naumann. Les paramètres sur la phase discrète ont été définis comme dans le tableau 5.1.

L'analyse des champs d'écoulement en termes de vitesse et de fraction de volume a révélé que la morphologie de la VTT 2000 favoriserait principalement l'obturation des canaux hydrauliques aux faibles débits. En effet, la phase discrète occupe principalement les zones proches des parois et laisse à la phase continue, le centre des canaux hydrauliques. Par ailleurs, la fraction de volume des particules solides est plus importante aux grands débits qu'aux petits, et les contours de vitesse nulle aux parois diminuent lorsque le débit augmente. Autrement dit, la pompe se comporte mieux aux débits élevés lorsque l'écoulement est diphasique. Pratiquement, cela se traduit par la nécessité d'agrandir les canaux hydrauliques pour diminuer les forces visqueuses et de trainées.



Les remarques faites ont conduit à tester deux morphologies qui permettent d'agrandir les canaux hydrauliques de 13.6%: l'impulseur et le diffuseur ont 7 aubes (modèle I7D7) et l'impulseur a 6 aubes, le diffuseur en a 7 (modèle I6D7). Aucune convergence n'a été obtenue sur le modèle I6D7. Cependant, le modèle I7D7 a permis d'améliorer les performances hydrauliques du modèle numérique de base essentiellement sur l'écoulement diphasique. Allant jusqu'à 16,53% pour la hauteur manométrique et 11,84% pour le rendement.

## **8.2 Perspectives**

Il est important de rappeler que l'étude présentée dans ce mémoire s'est limitée à l'investigation fluidique dans la PTV en imposant certaines hypothèses qui doivent être intégrées dans les futurs travaux :

- Faire une étude d'optimisation sur la PTV en intégrant les influences entre les constituantes de la pompe pour obtenir un modèle avec de meilleures performances.
- Caractériser les particules solides d'un fluide chargé où sera testé le prototype du modèle I7D7 proposé. Les simulations numériques devront être refaites en intégrant les données issues de la caractérisation. Le laboratoire de turbomachine pourrait d'ailleurs se doter de l'anémométrie à effet Doppler.
- Cette étude a été faite sans prendre en compte la cavitation qui est un phénomène favorisé par la présence d'une phase discrète dans l'écoulement. Faire une analyse intégrant la cavitation va conduire à étudier l'écoulement triphasique dans la pompe, la troisième phase étant la vapeur d'eau.
- La figure 7.22 a révélé que lorsque l'impulseur et le diffuseur avait 7 aubes, la puissance mécanique fournie à l'arbre était la plus élevée par rapport aux autres scénarii. Il serait intéressant d'étudier la distribution des charges

mécaniques au niveau des aubes, ce qui pourrait aider à mieux dimensionner les paliers.

- La PTV a des composants longs comme la colonne de refoulement et l'arbre de transmission qui est soumise à une rotation. Ceci expose la structure aux défaillances telles que le cisaillement et le flambement. Une étude mécanique globale devrait intégrer cela et faire une analyse vibratoire permettant de déterminer les plages de résonance critique conduisant à ces défaillances.

## RÉFÉRENCES

- [1] C. E. Brennen, *Hydrodynamics of pumps*: Cambridge University Press, 2011.
- [2] S. Lazarkiewicz et A. TROSLANSKI, "Impeller pumps," 1965.
- [3] H. Stel, T. Sirino, F. Ponce, S. Chiva et R. Morales, "Numerical investigation of the flow in a multistage electric submersible pump," *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 136, pp. 41-54, 2015.
- [4] U. Ješe, R. Fortes-Patella et M. Dular, "Numerical study of pump-turbine instabilities under pumping mode off-design conditions," dans *Proceedings of the ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference*, 2015.
- [5] W. Shi, L. Zhou, W. Lu, B. Pei et T. Lang, "Numerical prediction and performance experiment in a deep-well centrifugal pump with different impeller outlet width," *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, vol. 26, pp. 46-52, 2013.
- [6] A. Zobeiri, J.-L. Kueny, M. Farhat et F. Avellan, "Pump-turbine rotor-stator interactions in generating mode: pressure fluctuation in distributor channel," dans *23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, 2006.
- [7] M. Gölcü, Y. Pancar et Y. Sekmen, "Energy saving in a deep well pump with splitter blade," *Energy Conversion and Management*, vol. 47, pp. 638-651, 2006.
- [8] D. R. Smith et G. M. Woodward, "Vibration Analysis of vertical pumps," *Sound and Vibration*, vol. 22, pp. 24-30, 1988.
- [9] Y. Xia, G. Maddox, S. Lowry et H. Ding, "Design and Optimization of a Vertical Turbine Pump," dans *ASME/JSME/KSME 2015 Joint Fluids Engineering Conference*, 2015, pp. V001T33A008-V001T33A008.
- [10] D. Nithiya, O. Arumugam, H. A. A. Bari et A. Gupta, "Drag reduction efficiency of solid particles in pipelines of two phase flow," dans *Communication Software and Networks (ICCSN), 2011 IEEE 3rd International Conference on*, 2011, pp. 319-322.

- [11] F. J. Trujillo, T. Safinski et A. A. Adesina, "Solid–liquid mass transfer analysis in a multi-phase tank reactor containing submerged coated inclined-plates: A computational fluid dynamics approach," *Chemical Engineering Science*, vol. 64, pp. 1143-1153, 2009.
- [12] W. W. Peng, *Fundamentals of turbomachinery*: John Wiley & Sons, 2008.
- [13] J. L. Dicmas, "Vertical turbine, mixed flow, and propeller pumps," *McGraw-Hill Book Company New York*. 1987. 379, 1987.
- [14] I. Karassik, W. Krutzsch, W. Fraser et J. Messina, "Pump Handbook, 2cd Ed. 1319 pp," ed: New York: McGraw-Hill Book Co.[This book is a comprehensive reference on all aspects of pumps], 1986.
- [15] H. M. Badr et W. H. Ahmed, *Pumping machinery theory and practice*: John Wiley & Sons, 2015.
- [16] K. Patel et N. Ramakrishnan, "CFD analysis of mixed flow pump," dans *International ANSYS Conference Proceedings*, 2006.
- [17] A. J. Stepanoff, "Centrifugal and axial flow pumps," 1948.
- [18] J. F. Gülich, *Centrifugal pumps*: Springer, 2008.
- [19] J. Claxton, G. Hecker et A. Sdano, "The New Hydraulic Institute Pump Intake Design Standard," dans *PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL PUMP USERS SYMPOSIUM*, 1999, pp. 161-170.
- [20] R. B. Bird, W. E. Stewart et E. N. Lightfoot, *Transport phenomena*: John Wiley & Sons, 2007.
- [21] J. Tu, G. H. Yeoh et C. Liu, *Computational fluid dynamics: a practical approach*: Butterworth-Heinemann, 2012.
- [22] C. Ansys, "Version 14.0," *Ansys Inc*, 2011.
- [23] S. Kaewnai, M. Chamaoot et S. Wongwiset, "Predicting performance of radial flow type impeller of centrifugal pump using CFD," *Journal of mechanical science and technology*, vol. 23, pp. 1620-1627, 2009.

- [24] B. E. Launder et D. B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- [25] X. LI, Y.-l. ZHANG, J.-p. YU et Z.-z. ZHOU, "Calculation of the influence of solid-phase concentration on sewage pumps based on Mixture model."
- [26] Y. Zhang, Y. Li, B. Cui, Z. Zhu et H. Dou, "Numerical simulation and analysis of solid-liquid two-phase flow in centrifugal pump," *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, vol. 26, pp. 53-60, 2013.
- [27] V. Gahlot, V. Seshadri et R. Malhotra, "Effect of density, size distribution, and concentration of solid on the characteristics of centrifugal pumps," *Journal of fluids engineering*, vol. 114, pp. 386-389, 1992.
- [28] K. Burgess et J. Reizes, "The effect of sizing, specific gravity and concentration on the performance of centrifugal slurry pumps," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 190, pp. 391-399, 1976.
- [29] T. Engin et M. Gur, "Performance characteristics of a centrifugal pump impeller with running tip clearance pumping solid-liquid mixtures," *Journal of Fluids Engineering*, vol. 123, pp. 532-538, 2001.
- [30] K. Kazim, B. Maiti et P. Chand, "A correlation to predict the performance characteristics of centrifugal pumps handling slurries," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, vol. 211, pp. 147-157, 1997.
- [31] A. Sellgren, "Performance of a centrifugal pump when pumping ores and industrial minerals," dans *International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes: 26/09/1979-28/09/1979*, 1979, pp. 291-304.
- [32] G. Wilson, "The effects of slurries on centrifugal pump performance," dans *Proceedings of the 4th International Pump Users Symposium*, 1987.
- [33] H. Momeni et M. Domagała, "CFD simulation of transport solid particles by jet pumps," *Czasopismo Techniczne*, 2016.
- [34] S. Huang, X. Su et G. Qiu, "Transient numerical simulation for solid-liquid flow in a centrifugal pump by DEM-CFD coupling," *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, vol. 9, pp. 411-418, 2015.

## ANNEXES

### A. Équation de la quantité de mouvement appliquée à un corps tournant

Pour un corps tournant suivant un axe bien défini, la quantité de mouvement  $\underline{dF}$  d'une masse élémentaire  $dm$  est définie par :

$$\underline{dF} = dm \underline{V} \times \underline{r} \quad \text{avec} \quad dm = \rho dV \quad (\text{A.1})$$

où  $dV$  est l'élément de volume de la masse élémentaire  $dm$ .

En intégrant l'égalité A.1 sur le volume total, la quantité de mouvement  $\underline{F}$  est un vecteur agissant dans la direction normale au plan des vecteurs  $\underline{V}$  et  $\underline{r}$ . L'application de la deuxième loi de Newton à un corps en rotation conduit à l'équation :

$$\sum \underline{M} = \frac{d\underline{F}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho (\underline{V} \times \underline{r}) dV \quad (\text{A.2})$$

$\sum \underline{M}$  représente la somme des moments extérieurs agissant sur le corps en rotation et  $\underline{dF}/dt$  la variation de la quantité de mouvement.

Pour un fluide dans un volume de contrôle (v.c), l'équation de transport de Reynolds ci-dessous indique que la variation de la quantité de mouvement du fluide dans le volume de contrôle a des effets sur la quantité de mouvement des écoulements entrant et sortant du domaine de contrôle.

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{v.c} \rho \chi dV + \sum_{s.c} \rho \chi (\underline{V} \cdot \underline{n}) A \quad (\text{A.3})$$

où  $B$  est une quelconque propriété extensive,  $\chi$  étant la propriété intensive correspondante et  $\underline{n}$  le vecteur unitaire normal à la surface  $A$ . Si  $B$  est la quantité de

mouvement, par identification à l'équation A.2,  $\underline{\chi} = \underline{V} \times \underline{r}$  et par conséquent, l'équation A.3 devient :

$$\sum \underline{M} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{v.c} \rho(\underline{V} \times \underline{r}) dV + \sum_{s.c} \rho(\underline{V} \times \underline{r})(\underline{V} \cdot \underline{n}) A \quad (\text{A.4})$$

Pour un débit sans variation, le terme intégral est nul. Ce qui conduit à l'expression :

$$\sum \underline{M} = \sum_{s.c} \rho(\underline{V} \times \underline{r})(\underline{V} \cdot \underline{n}) A \quad (\text{A.5})$$

Le terme  $(\underline{V} \cdot \underline{n}) A$  représente le débit  $Q$  qui est positif en sortie et négatif en entrée. Celui à droite de l'égalité de l'équation A.5 représente le taux net de sortie de la quantité de mouvement à travers la surface de contrôle (s.c). Autrement dit, la somme de forces agissantes sur le système est égale au débit de la quantité de mouvement totale sortant soustrait du débit de la quantité de mouvement totale entrant.

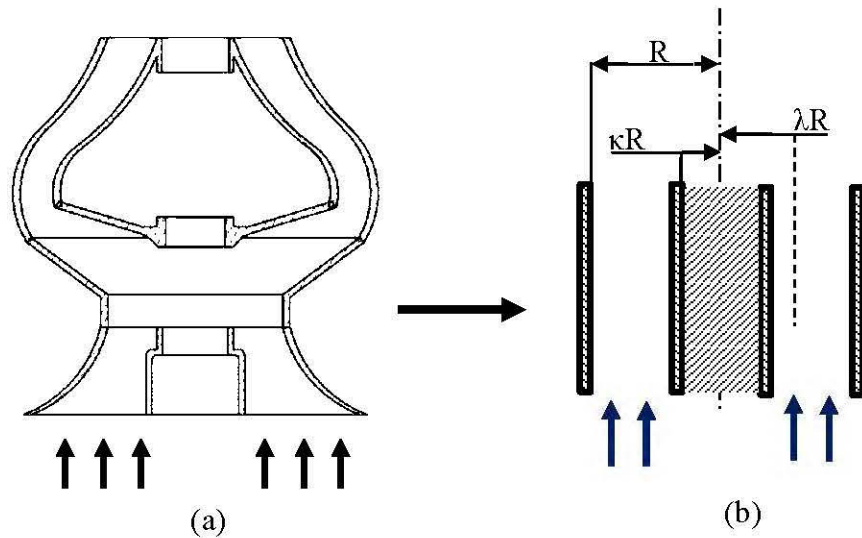
Il en découle que, en régime permanent, le bilan de la quantité de mouvement sur un élément de volume du fluide s'écrit :

$$\sum \underline{M} = \dot{m} \left[ (\underline{V} \times \underline{r})_{Sortie} - (\underline{V} \times \underline{r})_{Entrée} \right] \quad (\text{A.6})$$

où  $\dot{m}$  est le débit massique.

## B. Obtention du profil de vitesses

Considérons la géométrie de la pompe (figure B.1a) dont la cloche d'aspiration est simplifiée comme sur la figure B.1b.



**Figure B.1:** Géométrie d'une étage de la PTV (a); géométrie simplifiée de la cloche d'aspiration (b)

Le schéma ainsi élaborée présente le cas d'un écoulement axial dans une section annulaire. Le but ici est de déterminer le profil de vitesse de cet écoulement dans ladite section. Pour ce faire, hormis la simplification de la géométrie de la PTV, d'autres hypothèses doivent être émises.

### Hypothèses :

- i. Le problème sera traité en coordonnées cylindriques;
- ii. La viscosité  $\mu$ , la masse volumique  $\rho$  et la température  $T$  sont des constantes;
- iii. Les vitesses radiales et tangentielles sont nulles :  $v_r = v_\theta = 0$  ;
- iv. La vitesse axiale est fonction du rayon :  $v_z = v_z(r)$  ;



v. Il existe une symétrie par rapport à  $\theta$  :  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$  ;

vi. L'écoulement est laminaire :  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  .

### Conditions aux frontières :

Le champ d'écoulement est entre deux parois, autrement dit, il existe deux interfaces solide-fluide. Deux conditions de non-glissement sont donc imposées :

$$1. \text{ à } r = R \quad v_z(R) = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$2. \text{ à } r = \kappa R \quad v_z(\kappa R) = 0 \quad (\text{B.2})$$

L'équation de continuité en coordonnées cylindriques est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \quad (\text{B.3})$$

En considérant les hypothèses ii et iii, B.3 se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \quad (\text{B.4})$$

Cette relation confirme que la vitesse est fonction du rayon  $r$ .

L'équation de Navier-Stokes en coordonnées cylindrique s'écrit :

Suivant la composante  $r$  :

$$\rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] + \rho g_r \quad (\text{B.5})$$

Suivant la composante  $\theta$  :

$$\rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] + \rho g_\theta \quad (\text{B.6})$$

Suivant la composante  $z$  :

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \quad (\text{B.7})$$

En intégrant les hypothèses, les relations simplifiées apparaissent :

$$\text{Composante en } r : 0 = -\frac{\partial p}{\partial r} \quad (\text{B.8})$$

$$\text{Composante en } \theta : 0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (\text{B.9})$$

$$\text{Composante en } z : 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right] + \rho g_z \quad (\text{B.10})$$

Les équations B.8 et B.9 traduisent que la pression est essentiellement fonction de la variable  $z$ .

Soit  $\wp$  la pression modifiée définie par :

$$\bar{\nabla} \wp = \bar{\nabla} p - \rho \bar{g} \quad (\text{B.11})$$

Et comme la pression est fonction de  $z$ , alors :

$$\wp = \wp(z) \quad (\text{B.12})$$

La relation A.10 peut également s'écrire :

$$\mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right] = \frac{\partial \wp}{\partial z} \quad (\text{B.13})$$

Il a précédemment été déduit que la vitesse axiale  $v_z$  est strictement fonction du rayon  $r$ . Comme la pression modifiée est aussi strictement fonction de  $z$ , l'égalité B.14 peut être écrite.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \wp}{\partial z} = Cte \quad (\text{B.14})$$

Elle traduit que les termes, de part et d'autre de la première égalité, peuvent être intégrés par variables séparées.

En supposant que  $\wp|_{z=0} = \wp_0$  et  $\wp|_{z=L} = \wp_L$ , l'intégration de la deuxième égalité de B.14 conduit à l'équation :

$$Cte = \frac{1}{\mu} \frac{\wp_L - \wp_0}{L} \quad (\text{B.15})$$

Par la suite :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta \wp}{L} r \quad (\text{B.16})$$

où  $\Delta \wp = \wp_L - \wp_0$

En intégrant l'équation aux dérivées partielles B.16 deux fois, la relation B.17 est obtenue avec  $C_1$  et  $C_2$  comme constantes d'intégration :

$$v_z(r) = \frac{\Delta \wp}{4\mu L} r^2 + C_1 \ln r + C_2 \quad (\text{B.17})$$

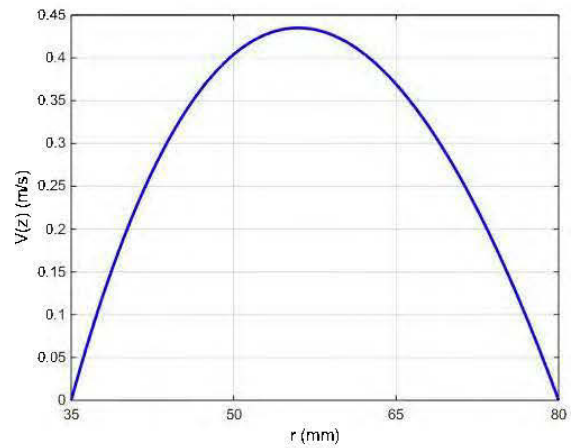
En appliquant les conditions de non-glissement B.1 et B.2, le système d'équations B.18 est obtenu :

$$\begin{cases} \frac{\Delta \wp}{4\mu L} \kappa^2 R^2 + C_1 \ln(\kappa R) + C_2 = 0 \\ \frac{\Delta \wp}{4\mu L} R^2 + C_1 \ln R + C_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

La résolution du système B.18 permet d'obtenir le profil de vitesse en entrée de la cloche d'aspiration.

$$v_z(r) = \frac{\wp_0 - \wp_L}{4\mu L} R^2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 + \frac{1 - \kappa^2}{\ln(1/\kappa)} \ln \frac{r}{R} \right] \quad (\text{B.19})$$

Le terme  $\frac{\wp_0 - \wp_L}{4\mu L} R^2$  a la grandeur d'une vitesse. À défaut d'être calculé, il est généralement déterminé en laboratoire. Dans le cadre de ce travail, ce terme a été pris comme la vitesse moyenne en entrée de la cloche d'aspiration lorsque l'écoulement est monophasique. Cette vitesse est de 2,7 m/s. Le profil de vitesse est présenté à la figure B.2.



**Figure B.2:** Profil de vitesse en entrée de la cloche d'aspiration

Ce profil est effectivement celui d'un écoulement laminaire, bien que l'écoulement dans la pompe soit pleinement turbulent.

En effet, l'hypothèse de l'écoulement laminaire a été émise ici car tout profil de vitesse, se comporte initialement comme un écoulement turbulent. Autrement dit, aux premières fractions de seconde, les profils se comportent comme turbulent avant d'atteindre leur état stationnaire.