

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN ABITIBI-  
TÉMISCAMINGUE

ÉCOLE DE GÉNIE

**CARACTÉRISATION NUMÉRIQUE ET  
EXPÉRIMENTALE DE SOUFLAGE LIBRE D'UNE  
CONDUITE CYLINDRIQUE MINCE  
THERMOPLASTIQUE EN PET**

PRÉSENTÉ COMME EXIGENCE

PARTIELLE DE LA MAITRISE EN INGÉNIERIE

PAR

BILEL DAABEK

DIRECTEUR DE RECHERCHE

PH. D. FOUAD ERCHIQUI

Janvier 2022



# BIBLIOTHÈQUE

CÉGEP DE L'ABITIBI-TÉMISCAMINGUE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN ABITIBI-TÉMISCAMINGUE

## Mise en garde

La bibliothèque du Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue et de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue (UQAT) a obtenu l'autorisation de l'auteur de ce document afin de diffuser, dans un but non lucratif, une copie de son œuvre dans [Depositum](#), site d'archives numériques, gratuit et accessible à tous. L'auteur conserve néanmoins ses droits de propriété intellectuelle, dont son droit d'auteur, sur cette œuvre.

## Warning

The library of the Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue and the Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue (UQAT) obtained the permission of the author to use a copy of this document for nonprofit purposes in order to put it in the open archives [Depositum](#), which is free and accessible to all. The author retains ownership of the copyright on this document.



## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes remerciements et mes gratitudes les plus sincères à mon directeur de recherche, le Professeur Fouad Erchiqui de l'université du Québec en Abitibi-Témiscamingue pour son encadrement, sa disponibilité et ces conseils qui ont contribué au succès de ce travail, je souhaite ainsi lui exprimer mes profondes reconnaissances pour sa confiance, support morale et encouragements qu'il m'a apporté durant mon parcours pour accomplir ce projet de recherche.

Mes sincères reconnaissances pour les membres enseignants du département, école de génie qui ont contribué de loin ou de proches grâce à leurs qualités de formation.

Merci ainsi à mes amis pour être là, pour encourager, soutenir et fournir une belle ambiance de travail.

Je dédie finalement ce travail à mes membres de famille pour leur soutien et patience durant ces dernières longues années.

# Table des matières

CHAPITRE 1 : INTRODUCTION GÉNÉRALE .....	1
1.1 Introduction .....	1
1.2 Objectifs et Originalité .....	3
1.3 hypothèses .....	3
1.4 Méthodologie et contenu .....	4
CHAPITRE 2 : ÉTAT DE L'ART .....	5
2.1 Matériaux et hyperélasticité .....	5
2.2 Modèles de comportement .....	7
2.2.1 Modèle de Mooney-Rivlin .....	7
2.2.2 Modèle d'Ogden .....	8
2.2.3 Modèle de Blatz-Ko .....	10
2.3 Simulation numérique .....	10
CHAPITRE 3 : MODELISATION EXPERIMENTALE DE SOUFFLAGE LIBRE D'UNE CONDUITE CYLINDRIQUE .....	13
3.1 Module de soufflage .....	15
3.2 Chambre environnementale .....	17
3.3 Système d'acquisition des données .....	18
3.3.1 Cartes électroniques .....	18
3.3.2 Capteurs de mesures .....	19
3.3.3 Logiciel d'acquisition .....	20
3.4 Autres composants .....	21
3.5 Expérimentation .....	21
3.5.1 Matériau et étanchéité .....	21
3.5.2 Déroulement de l'expérience .....	27
3.5.3 Résultats .....	29

CHAPITRE 4 : SIMULATION, MISE EN EQUATION ET IDENTIFICATION ALGORITHMIQUE	31
4.1 Matériau hyperélastique et état plan des contraintes	31
4.2 Mise en équation du soufflage libre d'une conduite cylindrique	33
4.3 Modèle de comportement Mooney-Rivlin en axisymétrique	41
4.2 Modélisation numérique en soufflage libre via SOLIDWORKS	46
4.2.1 Conception et maillage	47
4.2.2 Simulation en soufflage libre de la conduite	50
4.3 Algorithmes d'identifications en mécanique des matériaux	52
4.4 réseaux de neurones	54
4.4.1 Introduction aux techniques des réseaux de neurones	54
4.4.2 Identification des paramètres structuraux du matériau	71
CHAPITRE 5: CONCLUSION	77
Bibliographies	79
Annexe 1 Module d'exécution RNA	86
Annexe 2 Données utilisées pour l'apprentissage RNA	87

## Liste figures

Figure 1 Courbes de contrainte-déformation avec différentes orientations des fibres .....	14
Figure 2 Répartition des épaisseurs sur les demi-plans de symétrie XZ et YZ .....	15
Figure 3 Dispositifs de mise en position de la préforme.....	16
Figure 4 Maintien en position de la préforme .....	17
Figure 5 Four a convection .....	18
Figure 6 Cartes d'acquisition des données .....	18
Figure 7 Module de connexion.....	19
Figure 8 Capteur de position.....	20
Figure 9 Circuit des module actionneur et lectures des données.....	21
Figure 10 Phénomène de la Polycondensation .....	22
Figure 11 Molécule du Polyéthylène téréphtalate (P & R, 1954) .....	23
Figure 12 Courbes de contrainte-déformation du PET déformé à 25, 50, 60, 90, 100 et 110C (Elton L. G. , et al., 2005).....	24
Figure 13 Diagramme structural Polymère .....	26
Figure 14 Essaie d'étanchéité .....	27
Figure 15 Position capteur .....	28
Figure 16 Courbe contrainte-déformation du PET à 90 degrés Celsius... ..	29
Figure 17 modélisation de soufflage d'un tube a paroi mince .....	34
Figure 18 présentation des directions des déformations.....	35
Figure 22 Élément du maillage tétraédrique .....	49
Figure 23 Préforme maillée.....	49
Figure 24 Conditions limites.....	50
Figure 25 quelques étapes de gonflement.....	51
Figure 26 Algorithme modifié de Levenberg .....	54
Figure 27 Architecture d'un neurone artificiel.....	55
Figure 28 Architectures RNA .....	57
Figure 29 Fonction d'activation .....	59

Figure 30 Différentes fonctions de transfert .....	61
Figure 31 Réseau de rétropropagation entièrement connecté, avec la direction de l'activation et du flux d'erreurs. ....	64
Figure 32 Principe d'apprentissage.....	67
Figure 33 Schéma structurale du réseau .....	72
Figure 34 Validation de l'apprentissage .....	73
Figure 35 Comparaison des résultats .....	74
Figure 36 Comparaison soufflage libre entre pratique et théorique .....	76

## Liste tableaux

Tableau 1 Caractéristiques du maillage .....	49
Tableau 2 Paramètres mécaniques du PET .....	74

## Résumé

La mise en forme des matériaux thermoplastiques en plasturgie (injection, thermoformage, rotomoulage (moulage par rotation), etc.) nécessite, avant de commencer la production industrielle, un grand nombre d'essais pour déceler les meilleures conditions pour la fabrication des produits. En général, ces tests sont coûteux en termes de temps et de matériaux. Afin d'éviter ces problèmes, de nombreuses industries utilisent des outils numériques en modélisation pour l'étude virtuelle de leurs procédés. Toutefois, la qualité des résultats de la modélisation est étroitement liée à la loi de comportement utilisée pour le matériau qui est, généralement, de type viscoélastique ou hyperélastique. Concernant les procédés de thermoformage et de soufflage, associé à la fabrication de pièces minces, l'identification numérique du comportement des thermoplastiques est principalement obtenue à l'aide de la combinaison de l'expérimental, de la modélisation et d'algorithmes d'optimisation. Cependant, la caractérisation des membranes cylindriques creuses de type Polyéthylène téréphtalate (PET), sous l'effet de la pression et au-dessus de la température de transition vitreuse, ne semble pas y avoir suffisamment d'études qui permettent d'élucider son comportement. C'est dans ce cadre que le projet s'inscrit et il concerne un tube en PET. À cet effet, une approche hybride utilisant l'expérimental, la modélisation et un algorithme neuronal sont utilisés. Pour le comportement, nous considérons un modèle hyperélastique de type Mooney-Rivlin.

**Mots-Clés** : PET, Mooney-Rivlin, modélisation, caractérisation, Hyperélasticité, Soufflage

## Abstract

The shaping of thermoplastic materials in plastics processing (injection, thermoforming, rotational molding, etc.) requires, before initiating industrial production, many tests to detect the best conditions for manufacturing products. In general, these tests are costly in terms of time and materials. To avoid these problems, many industries use numerical modeling tools for the virtual study of their processes. However, the quality of the modeling results is closely related to the behavioral law used for the material which is, generally, of viscoelastic or hyperplastic type. Concerning the thermoforming and blowing processes, associated with the manufacturing of thin parts, the numerical identification of the behavior of thermoplastics is mainly obtained using a combination of experimental, modeling and optimization algorithms. However, the characterization of hollow cylindrical membranes of Polyethylene terephthalate (PET) type, under the effect of pressure and above the glass transition temperature, does not seem to have enough studies that allow to elucidate its behavior. It is within this framework that the project is inscribed, and it concerns a PET tube. For this purpose, a hybrid approach using experimental, modeling and a neural algorithm is used. For the behavior, we consider a hyperplastic model of Mooney-Rivlin type.

**Keywords:** PET, Mooney-Rivlin, modeling, characterization, Hyperelasticity, Blowing

## Liste des symboles

$t$  : instant de temps

$W$  : fonction de l'énergie de déformation

$\sigma$  : tenseur de déformation

$E$  : Module d'élasticité

$C$  : tenseur de déformation de Cauchy

$I$  : Invariant de la fonction de déformation

$G$  : module de cisaillement élastique

$\mu, \alpha$ : les constantes matérielles du modèle Ogden

$a$  : les invariants de la fonction de déformation pour le modèle d' Ogden

$F$  : tenseur de gradient de déformation

$S$  : second tenseur de contrainte Kirchhoff

$T_g$  : température de transition vitreuse

$T_f$  : température de fusion

$\gamma$  : contrainte de cisaillement

$J$  : le Jacobien du gradient de déformation

$\lambda$  : élongation de déformation

$r, \theta$  et  $z$  : coordonnées polaires cylindriques

$\tau$  : contrainte de déformation

$p'$  : pression multiplicatrice de Lagrange de la condition d'incompressibilité

$u$  : champ de déplacement

h : épaisseur

T : contrainte tangentielle

L : longueur

$\theta$  : niveau de seuil d'activation

$\sigma$  : fonction d'activation

## Abréviations

PET : Polyéthylène téréphtalate

ABS: Acrylonitrile butadiene styrene

HIPS: High Impact Polystyrene

PCI: Peripheral Component Interconnect

CMOS: Complementary Metal Oxide Semiconductor

DSP : digital signal processor

RNA : Réseau de neurones artificiel

# CHAPITRE 1 : INTRODUCTION GÉNÉRALE

## 1.1 Introduction

Parmi tous domaines de fabrication mécanique connues au marché, celui de la plasturgie (injection, extrusion, thermoformage, rotomoulage, etc.) occupe l'emplacement stratégique à cause de ses nombreux avantages. En effet, son expansion est liée à la création des nouveaux produits qui trouvent leur origine dans les propriétés inégalées des plastiques (facilité de transformation et mise en forme, légèreté et résistance à la corrosion), et au fait que le plastique supprime graduellement des matériaux classiques comme le métal, le verre, le bois et le papier. Effectivement, les matières plastiques sont utilisées dans une vaste gamme d'applications, les plus courantes étant l'emballage, l'automobile, l'électronique et l'aviation.

Généralement, la mise en forme de ces thermoplastiques nécessite, avant la mise au marché d'un produit, un grand nombre d'essais afin de déterminer les meilleures conditions pour la fabrication. En général, ces tests sont coûteux en termes de temps et de matériaux. Afin d'éviter ces coûts, de nombreuses industries utilisent des outils d'analyse assistée par ordinateur pour la conception de produits polymérique. Toutefois, ces outils nécessitent une description précise du comportement du matériau, qui est généralement de type viscoélastique ou hyperélastique, sous l'effet conjugué de la contrainte appliquée (pression) et de la température. (Erchiqui, et al., 2010)

Parmi les tests expérimentaux utilisés pour la caractérisation des thermoplastiques, pour des applications qui relèvent de thermoformage et de soufflage, on trouve des tests unidirectionnels (tension/compression et cisaillement simple) (Treolar, 1944) , en extension de membranes (Benharbit, 2007) , en soufflage libre des membranes (F. Erchiqui, 2014) et en extension-soufflage simultanés des membranes (Verron, 2013). Concernant le soufflage libre, des membranes caoutchouteuses ou en

polymère, il a été fréquemment réalisé par le passé à des températures moins élevées que celles de la mise en forme (Poehlein, 1972) (Schmidt, 1975) (Devries, 1977) et elles font encore l'objet de travaux de recherches plus récents. Pour ce type d'essais, les codes de calcul par éléments finis sont souvent utilisés pour modéliser ce genre de problèmes et ils ne concernent, en général, que les chargements en pression.

Concernant le problème de l'identification des paramètres mécaniques et rhéologiques, deux classes d'optimisation sont rencontrées dans la littérature scientifique :

- i) ceux basée sur les algorithmes des moindres carrés (Levenberg, 1944).
- ii) ceux basées sur l'utilisation des réseaux de neurones (Haykin, 1994).

Parmi les modèles de comportement rencontrés dans la littérature on trouve ceux basés sur des modèles viscoélastiques (Lodge, 1964), (Jens Horslund & Henrik, 2000), et ceux basés sur des modèles hyperélastique (Ogden, 1972) , (Rivlin, 1958) (Erchiqui, et al., 2010).

Généralement l'accès aux paramètres mécaniques des lois de comportement se réalise par l'utilisation d'algorithmes des moindres carrés (Marquardt, 1963).

Cependant, la caractérisation des membranes cylindriques creuses de type Polyéthylène téréphtalate (PET), sous l'effet de la pression et de la température, ne semble pas y avoir suffisamment d'études qui permettent d'élucider leur comportement. C'est dans ce cadre que le projet s'inscrit. Pour le comportement, nous considérons un modèle hyperélastique de type Mooney-Rivlin. Pour l'accès aux paramètres mécaniques non linéaire, nous utiliserons une approche hybride qui combine l'expérimental, la simulation numérique à l'aide du Logiciel SolidWorks et l'optimisation par l'entremise d'un algorithme de type neuronal pour déterminer les paramètres mécaniques de la loi de comportement de Mooney-Rivlin (F. Erchiqui,

2005). Pour la modélisation, nous considérons une charge en pression. Les hypothèses de la théorie des membranes et de l'incompressibilité du matériau sont adoptées. La structure de la membrane cylindrique est discrétisée par des éléments finis. Une analyse comparative des résultats numériques et expérimentaux sera effectuée sur la distribution des épaisseurs et des contraintes induites sur la structure cylindrique en PET.

## 1.2 Objectifs et Originalité

L'objectif du présent travail est double :

- i) Concevoir un montage expérimental pour la caractérisation du gonflement d'une conduite circulaire en PET sous l'action de la pression et de la température (au-dessus de la température de transition vitreuse).
- ii) Identification du comportement hyperélastique d'une conduite cylindrique creuse en PET, en grandes déformations, sous l'action de la pression et de la température.

L'originalité du travail se rapporte à deux éléments :

- i) La conception d'un montage expérimental de caractérisation, en soufflage libre, de conduites en PET (matériau semi-transparent).
- ii) l'Utilisation de l'intelligence artificielle pour déceler les propriétés non linéaires du PET en grandes déformations.

## 1.3 hypothèses

Les hypothèses adoptées pour le projet sont Principalement l'homogénéité, l'isotropie et l'incompressibilité du matériau (PET), et concernant, le comportement de PET, nous considérons la loi hyperélastique de Mooney-Rivlin.

Dans le but d'éliminer les effets du gradient de l'épaisseur on a choisi des échantillons ayant une épaisseur uniforme sur toute la longueur du tube

PET. Pour la caractérisation expérimentale, nous avons pour opter pour des températures de soufflage aux dessus de la température de transition vitreuse de PET en plus, à chaque instant du gonflement donné, la pression est supposée constante à l'intérieur de la conduite cylindrique.

#### 1.4 Méthodologie et contenu

Pour atteindre l'objectif visé par le projet nous considérons la méthodologie suivante :

1. Amélioration du montage expérimental existant au laboratoire de bioplasturgie de l'UQAT pour qu'il soit adapté pour réaliser le soufflage des conduites cylindriques
2. S'assurer de l'étanchéité du système de soufflage de la conduite cylindrique
3. Réaliser des essais de soufflage de conduites cylindriques et acquisitions des données relatives au temps de soufflage, à la pression, à la température et à la hauteur au pôle de la conduite cylindrique
4. Modéliser numériquement le soufflage de la conduite cylindrique par l'entremise du logiciel SolidWorks.
5. Jumeler un algorithme neuronal aux données de la simulation numérique et aux données expérimentales pour déterminer les propriétés non-linéaires (associé au modèle de comportement de Mooney-Rivlin) du PET

## CHAPITRE 2 : ÉTAT DE L'ART

### 2.1 Matériaux et hyperélasticité

Un matériau hyperélastique est un cas particulier d'un matériau élastique de type *Cauchy*. Pour ce matériau, les déformations sont généralement très grandes et les contraintes induites dans le matériau, en chaque point, peuvent être déterminées par rapport à l'état actuel de la déformation, à chaque instant « t », à l'aide d'un potentiel énergétique, qu'on désigne souvent par la fonction scalaire  $W$  (Beatty, 1987).

Dans ces conditions, les contraintes réelles, qui peuvent être induites par une sollicitation mécanique donnée dans le matériau hyperélastique, sont données par la dérivation de l'énergie  $W$  selon la relation suivante :

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial E} \quad (1)$$

Avec

$\partial W$  : La variation de l'énergie de déformation

$\partial E$  : Différence de déformation lagrangienne

La construction des modèles associés à la représentation mathématique de l'énergie  $W$  peut être alors réalisée soit de manière phénoménologique ou soit à partir de considérations basées sur les outils de la statistique de chaîne (Baquet, 2011).

Dans la littérature scientifique, on rencontre une panoplie d'expressions pour la fonction de l'énergie  $W$ . À titre d'exemple, citons les formes suivantes (Tazi, 2015) :

- Néo-Hookeen

$$W = C_1 (I_1 - 3) \quad (2)$$

- Yeoh

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (3)$$

- Mooney

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (4)$$

- Mooney-Rivlin

$$W = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij}(I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (5)$$

- Biderman

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (6)$$

## 2.2 Modèles de comportement

### 2.2.1 Modèle de Mooney-Rivlin

Le modèle de Mooney-Rivlin, introduit par Melvin Mooney et Ronald Rivlin, est utilisé pour représenter le comportement des matériaux hyperélastique, Ce modèle est basé sur l'utilisation d'une fonction énergétique appelée « fonction de densité d'énergie  $W$  qui est une combinaison linéaire de deux invariants du tenseur de déformation gauche Cauchy. Cette fonction de densité de l'énergie de déformation pour un matériau Mooney Rivlin s'écrit comme suit :

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (7)$$

Où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes matérielles déterminées par des outils d'optimisations, et  $I_1$  et  $I_2$  sont le premier et le second invariant de la composante déviatrice du tenseur de déformation gauche Cauchy. (Beomkeun, et al., 2012).

La forme générale du modèle de Mooney-Rivlin est donnée par la représentation mathématique suivante :

$$W = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij}(I_1 - 3)^i(I_2 - 3)^j \quad (8)$$

À son état initial, l'énergie de déformation du matériau hyperélastique est généralement considérée nulle avec la constante  $C_{00}=0$ , Dans le cas standard, plusieurs auteurs considèrent seulement les deux premiers termes  $C_{10}$  et  $C_{01}$  (F. Erchiqui, 2005), Dans ce cas, l'expression (8) est ramenée à l'expression standard citée ci-dessus (7).

Il est aussi confirmé par certains auteurs que les constantes matérielles du modèle Mooney-Rivlin sont liées au module de cisaillement élastique

linéaire, une liaison qui peut être exprimée comme suit (Beomkeun, et al., 2012) :

$$G = 2 ( C_1 + C_2 ) \quad (9)$$

Le modèle Mooney-Rivlin permet une définition simple de la dépendance quasi-statique de la température et suffit à définir le module de cisaillement  $G$  en fonction de la température. Il est largement utilisé jusqu'à présent pour les matériaux caoutchouteux. Malgré les limites connues pour décrire des états de contrainte particuliers, on sait que ces modèles peuvent être utilisés pour divers composants structurels avec des valeurs locales des contraintes allant jusqu'à environ 200 %. (Mooney, 1940).

### 2.2.2 Modèle d'Ogden

Ayant le même principe que celui de Mooney, ce modèle permet aussi de modéliser le comportement hyperélastique des matériaux.

À cet effet, de nombreux essais ont été réalisés pour reproduire théoriquement les courbes de contrainte-déformation obtenues à partir d'expériences sur la déformation isotherme de matériaux fortement élastiques de type "caoutchouc". (Ogden, 1973)

En conséquence l'existence d'une fonction d'énergie de déformation a généralement été postulée, et des simplifications appropriées aux hypothèses d'isotropie et d'incompressibilité ont été exploitées.

Cependant, la pratique habituelle qui consiste à écrire l'énergie de déformation en fonction de deux invariants comme il a été suggéré dans la théorie mathématique générale de l'élasticité isotrope à grande déformation développée par Mooney-Rivlin (en 1948-1949) qui déploie les invariants  $I_1$  et  $I_2$  ne semble pas décrire certains matériaux hyperélastiques (Ogden, 1973). Pour contourner ce problème et mieux décrire la réponse des matériaux hyperélastiques à des sollicitations données, Ogden a choisi de reformuler la fonction de l'énergie de déformation en fonction de nouveaux

paramètres matériels et d'élongations principales, au lieu des invariants du tenseur des déformations de Cauchy, comme c'est le cas avec les matériaux de Mooney-Rivlin. (Ogden, 1972)

Par conséquent, l'interprétation des relations physiques de la contrainte déformation résultante dans ce cas a été plus facile à réaliser. Pour cela La forme de la fonction d'énergie proposée pour ce modèle d'Ogden est donnée comme suit :

$$W = \sum_{n=1}^m \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (10)$$

Où la nomination change d'un auteur à autre avec le temps il faut mentionner que :

$a_1, a_2$  et  $a_3$  Sont respectivement les trois principaux tronçons  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$ . (Sauders & Rivlin , s.d.)

$\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  sont les principales élongations selon les axes de déformation, avec respectivement les constantes matérielles  $\mu_n$  et  $\alpha_n$ . Au cours des dernières décennies, de nombreuses tentatives ont été réalisées pour déterminer la forme de la fonction de l'énergie des déformations, et s'est avéré qu'il est nécessaire d'utiliser certains étirements ou invariants de contrainte comme variables indépendantes à la place des étirements principaux. Ces invariants sont eux-mêmes symétriques en  $a_1, a_2$  et  $a_3$ . Ceux qui sont les plus courants sont définis par :

$$I_1 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2, I_2 = a_1^{-2} + a_2^{-2} + a_3^{-2} \quad (11)$$

(Ogden, 1972)

Un tel choix de variables indépendantes complique en général inutilement l'analyse mathématique associée. Cela est particulièrement évident en ce qui concerne le calcul des modules d'élasticité "instantanés", qui rendent inutile tout choix spécial d'invariants, de plus, l'utilisation de ces techniques souligne la simplicité de l'élasticité isotrope. (Hill, 1970)

### 2.2.3 Modèle de Blatz-Ko

L'un des modèles constitutifs les plus largement utilisés pour les solides à comportement isotropes et élasticité non linéaire est celui dû à Blatz et Ko. Le matériau généralisé de Blatz-Ko et ses diverses spécifications ont attiré beaucoup d'attention en raison de leur pertinence physique. Une caractéristique principale du matériau généralisé de Blatz-Ko apparaît dans la modélisation du caoutchouc mousse de polyuréthane. (G. Bolzon, et al., 1993) En conséquence, ce type de modèle est approprié pour des matériaux Caoutchouteux et compressibles (cas des mousses de polyuréthane).

Au niveau modélisation numérique, ce type de matériau ne demande pas d'implantation des paramètres et ne présente pas des difficultés lors de son utilisation dans les logiciels commerciaux. (Horgan, 1995)

La fonction de l'énergie de déformation pour ce modèle est donnée par :

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

Où  $I_1, I_2, I_3$  sont les principaux invariants du tenseur de déformation de Cauchy  $C = FF^T$  où  $F$  est le tenseur de gradient de déformation.

### 2.3 Simulation numérique

Pour la modélisation des matériaux hyperélastique d'un matériau isotrope, homogène et incompressible une fonction de densité d'énergie de déformation ( $W$ ) doit être considérée et validée, Cette fonction permet de déterminer la relation constitutive entre déformations induites dans le matériau et les contraintes. La dérivée de la fonction de l'énergie de

déformation par rapport aux déformations fournit les contraintes (F. Erchiqui, 2005). Dans le cas des problèmes impliquant des grandes déformations la loi hyperélastique des matériaux doit être formulée mathématiquement et validité expérimentalement, À cet effet les déformations sont décrites par le tenseur de déformation Green LaGrange  $\mathbf{C}$  et les contraintes par le second tenseur de contrainte Kirchhoff  $\mathbf{S}$ . (Benjamin, et al., 2020) (F. Erchiqui, 2005)

Parmi les modèles matériels phénoménologiques, impliquant les grandes déformations, citons les approches classiques de Mooney et Rivlin ainsi que d'Ogden. Ces modèles sont encore fréquemment utilisés aujourd'hui car ils sont assez simples et ne contiennent pas un grand nombre de constantes matérielles à caractériser. Des comparaisons entre ces modèles et d'autres modèles phénoménologiques pour le comportement mécanique des matériaux hyperélastique et la caractérisation des paramètres associés peuvent être trouvées dans plusieurs travaux tel que (Martins, et al., 2006). Il y est montré que ces modèles sont adaptés pour décrire le comportement non linéaire de la contrainte élastique et de la déformation des matériaux de type caoutchouc. Cependant, les paramètres contenus dans les modèles phénoménologiques ne sont souvent pas directement liés à des propriétés physiquement mesurables.

Il faut savoir que l'utilisation d'une loi de comportement hyperélastique peut engendrer des calculs pour des termes que ne sont pas symétriques dans la matrice de rigidité, En conséquence vu leurs importances ces termes sont plutôt primordiaux et donc nécessaires pour l'implantation d'un solveur non symétrique au sein logiciel de simulation. À titre d'exemple, le logiciel SolidWorks est bien adapté au traitement des matériaux hyperélastique non-linéaire (caoutchouteux et polymérique) impliquant des grandes déformations. Dans ce travail le matériau est supposé être non linéaire élastique, isotrope et incompressible.

Les formulations d'éléments finis pour des matériaux spécifiques rencontre le plus souvent des difficultés numériques à cause de l'incompressibilité du matériau. À cet effet, il est opportun d'utiliser la méthode de pénalité pour assembler les degrés additionnels de liberté dans la matrice de raideur globale. Soulignons que la méthode de pénalité (Taylor, 2010) nécessite l'introduction de la compressibilité dans la fonction de l'énergie de déformation  $W$ .

Cette dernière modifie la fonction d'énergie de déformation qui passe d'incompressible à pratiquement incompressible (quasi-incompressible) (Dal, 2018)

Finalement, il faut souligner que les simulations numériques à l'aide de la méthode des éléments finis sont, a priori, capables de prendre en compte la physique de la déformation des pièces vierges ou renforcés (composite). Mais la réalisation d'une bonne simulation numérique implique une description correcte de tous les aspects du processus de déformation, ce qui inclut les conditions limites, les conditions initiales, les outils et les bonnes dimensions de pièce ainsi que le comportement mécanique approprié. On peut distinguer deux familles d'approches par éléments finis : l'approche continue et l'approche discrète. (Balmes, 1996)

L'approche continue considère le matériau comme un milieu continu. L'avantage de cette approche continue est la possibilité d'être utilisé dans des codes d'éléments finis standards. Mais le modèle constitutif du milieu continu équivalent doit répondre au comportement mécanique spécifique du matériau. Un tel comportement dépend principalement de la composition macromoléculaire du matériau utilisé. Le second type d'approche considère le milieu ou le matériau comme un ensemble d'éléments à des échelles réduites, supposés être en contact ou reliés. (Aimene, et al., 2009).

Dans ce travail, nous considérons l'approche continue.

## CHAPITRE 3 : MODELISATION EXPERIMENTALE DE SOUFFLAGE LIBRE D'UNE CONDUITE CYLINDRIQUE

Pour l'industrie des thermoplastiques, la simulation numérique des procédés de mise en forme (thermoformage, injection étirement-soufflage etc.) nécessite une bonne connaissance du comportement des matériaux utilisés. Pour déceler le comportement des matériaux thermoplastique, les chercheurs font souvent recours aux études expérimentales. (Lipovka & , 2018)

Dans la littérature les tests les plus connus effectués pour la caractérisation des thermoplastiques sont les tests suivants : la traction, la compression, Les extensions des membranes et le Soufflage des membranes.

Les tests unidirectionnels (cas de la traction et de la compression) ont servi plus souvent dans plusieurs travaux à étudier les comportements des matériaux isotropes et anisotropes, dans le cas des composites isotropes il s'agit généralement des polymères renforcés par des fibres affectant leurs manières de se comporter d'une façon isotrope selon toutes les directions d'application des charges. À titre d'exemple citant le travail (Jamali, 2014), qui a étudié l'effet de la direction des fibres de verres, dans une matrice polymérique supposée être hyperélastique, sur la réponse du matériau. La figure ci-dessous illustre la réponse du composite en fonction de la direction des fibres entre 0 à 45 degrés. On constate que la résistance diminue avec l'orientation (Jamali, 2014)

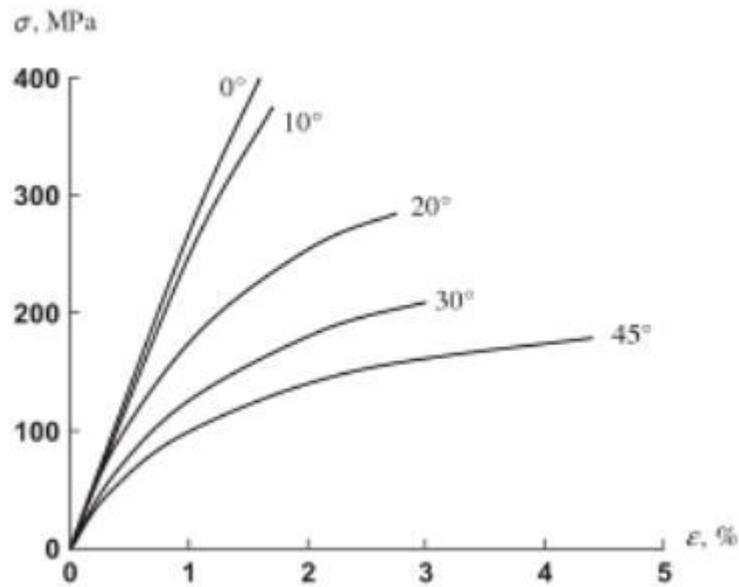


Figure 1 Courbes de contrainte-déformation avec différentes orientations des fibres  
(Baquet, 2011)

Dans le cas des tests bi axiaux, il existe une panoplie d'études. Parmi elles, citons le travail (F. Erchiqui, 2005) sur le comportement de membranes polymériques en soufflage libre et confiné (mise en forme d'une pièce creuse par thermoformage). À cet effet, les auteurs ont conçu et développé un montage expérimental et une méthode de caractérisation bi axiale en fonction de la pression et de la température pour déterminer les propriétés mécaniques non linéaires des matériaux thermoplastiques non renforcés (ABS et HIPS), en utilisant les modèles de comportements de Mooney-Rivlin et celui d'Ogden.

En utilisant les modèles de comportements de Mooney-Rivlin et celui d'Ogden. Ensuite, par l'incorporation des lois de comportements obtenues, ils ont étudié la mise en forme numérique de deux pièces à base de ABS et de HIPS. La figure ici-bas illustre la distribution finale d'épaisseur au sein de la pièce thermoformée est principalement imposée par la forme de la géométrie du moule et non nécessairement par la loi de comportement pour le ABS et HIPS. (F. Erchiqui, 2005)

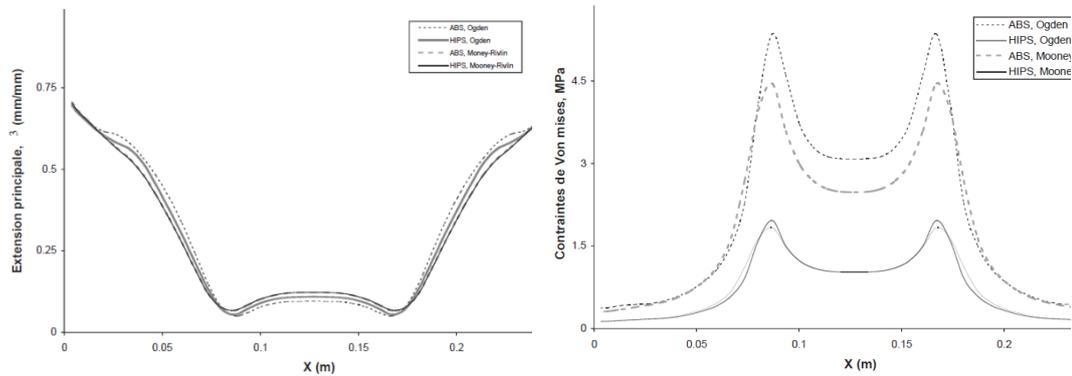


Figure 2 Répartition des épaisseurs sur les demi-plans de symétrie XZ et YZ (F. Erchiqui, 2005)

Vu la forme cylindrique creuse de la préforme à étudier pour ce travail, on a choisi parmi les tests d'études expérimentaux la technique de soufflage libre des membranes creuses cylindriques, Le matériau utilisé est le PET. L'objectif étant la détermination des propriétés hyperélastique de PET sous l'effet conjugué de la pression et la température.

### 3.1 Module de soufflage

Pour le module de soufflage, une étude est réalisée sur la conception d'outillage permettant de bien installer le tube sur une maquette qui se trouve à l'intérieur du four, au laboratoire de Bio plasturgie de l'UQAT. La solution retenue est la suivante : la mise et le maintien en position par des supports cylindriques creux en aluminium le tube polymérique. Le dimensionnement a été conçu à l'aide du logiciel SolidWorks et l'usinage a été réalisé dans l'atelier d'usinage de l'UQAT.

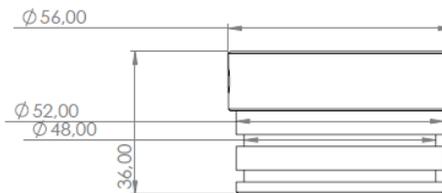
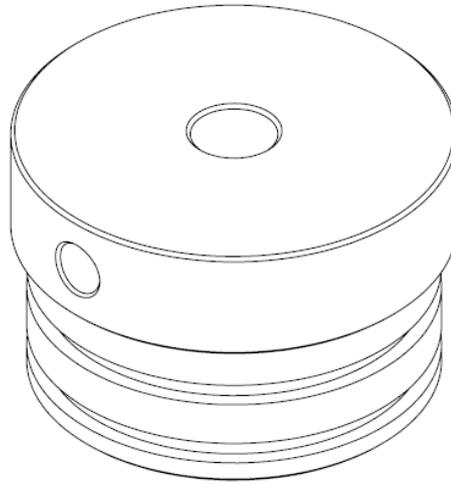


Figure 3 Dispositifs de mise en position de la préforme

Deux composantes du même dispositif de mise en position on était utilisé pour le module de soufflage dans le but d'assurer l'assemblage de la membrane au sein des équipements installés à l'intérieur du four.

L'architecture et la forme des dispositifs étaient bien étudiées afin de garantir que la pression sera uniformément répartie sur la surface intérieure du tube, l'air comprimé est transmis vers le tube à travers les deux dispositifs par l'intermédiaire des conduites en téflon résistantes aux hautes températures. Des rainures de diamètre 48 mm (deux sur chaque pièce) permettant l'installation des joints d'étanchéités aussi résistants à la température.

L'ensemble du système assemblé est maintenu en position à l'intérieur du four, comme le montre la figure ci-dessous.

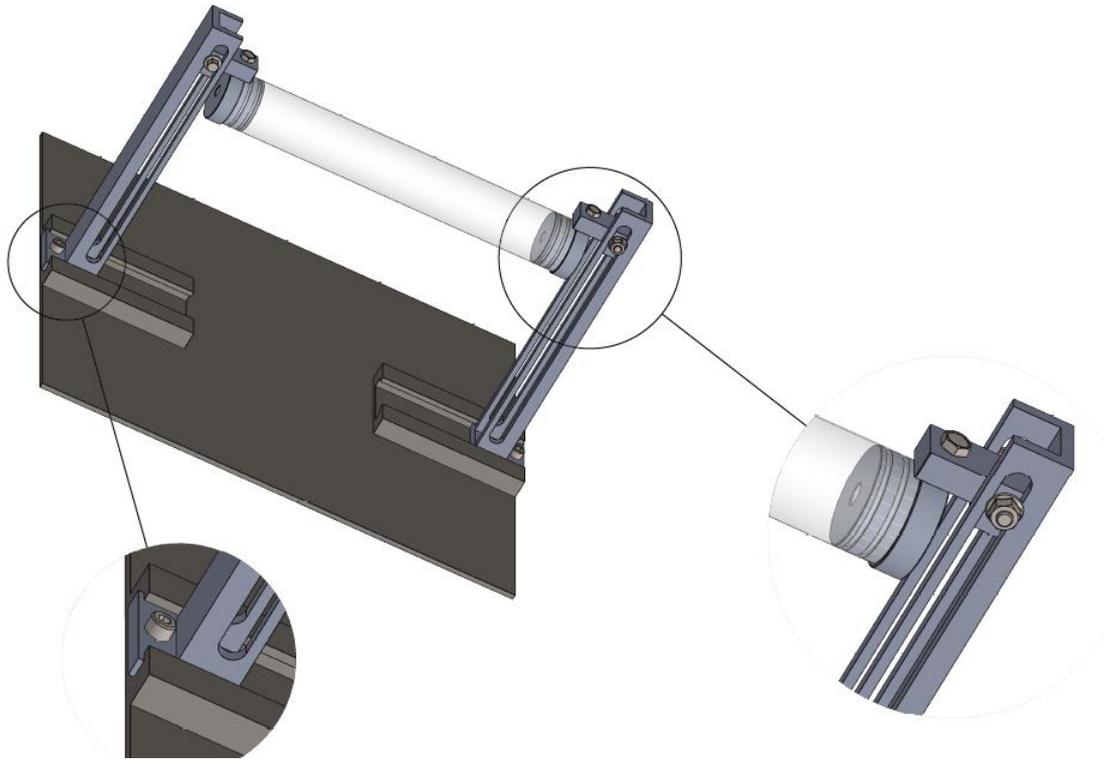


Figure 4 Maintien en position de la préforme

### 3.2 Chambre environnementale

Il s'agit d'un four à convection. Cet équipement est utilisé pour le chauffage de l'échantillon cylindrique en PET fixé sur la maquette de soufflage. La chambre a comme dimensions 59cm de longueur, 47cm de largeur et 41cm de hauteur. Le paramétrage et le maintien de la température intérieure désirée sont effectués à l'aide des résistances électriques.

La chambre intérieure du four est équipée d'un thermocouple qui permet l'acquisition de la température ce dernier est relié au régulateur de la température qui apporte les corrections nécessaires au besoin. Un afficheur digital, incorporé au régulateur indique la température mesurée



Figure 5 Four à convection

### 3.3 Système d'acquisition des données

#### 3.3.1 Cartes électroniques

C'est une carte d'interface PCI (de l'anglais, Peripheral Component InterConnect), qui fait le lien entre l'ordinateur et les différents autres équipements de mesure, permettant la réception des données. Pour cela, on a utilisé deux cartes pour l'acquisition des données relative aux essais de soufflage sur le cylindre :

- PCI-DDA08/16
- PCI-DAS6034

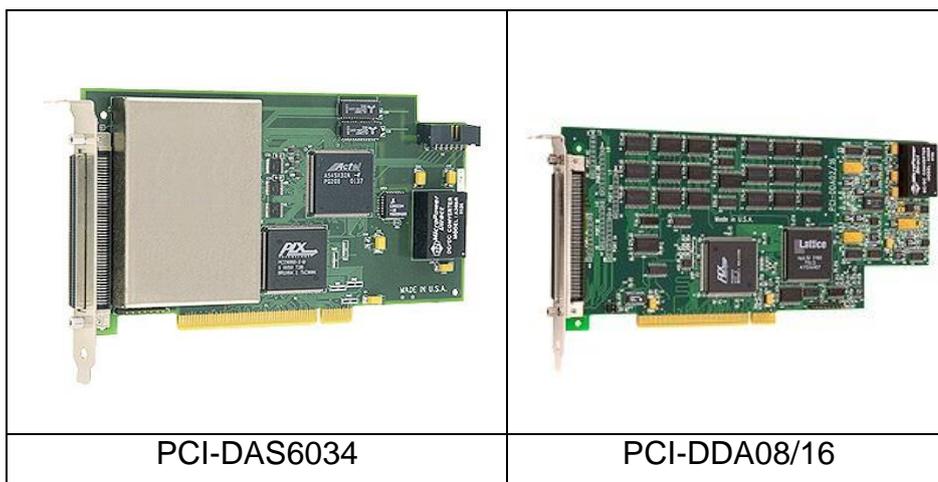


Figure 6 Cartes d'acquisition des données

Carte CPI : Ces cartes d'acquisition de données multifonctions de la série PCI-DAS6000 offrent des taux d'échantillonnage plus élevés que les autres cartes PCI multifonctions.

Les caractéristiques comprennent une entrée analogique, des Entrées/sorties numériques ainsi que des fonctions de comptage. De plus, une résolution de 12 ou 16 bits et des taux d'échantillonnage allant jusqu'à 1 MS/s sont déployés. Deux sorties analogiques sont disponibles.

En outre pour assurer les connexions entre tous les composants disponibles et les cartes d'acquisition des données on s'est servi à des nappes de connexion ainsi que deux modules de cartes électroniques imprimés tel que le montre la figure suivante.

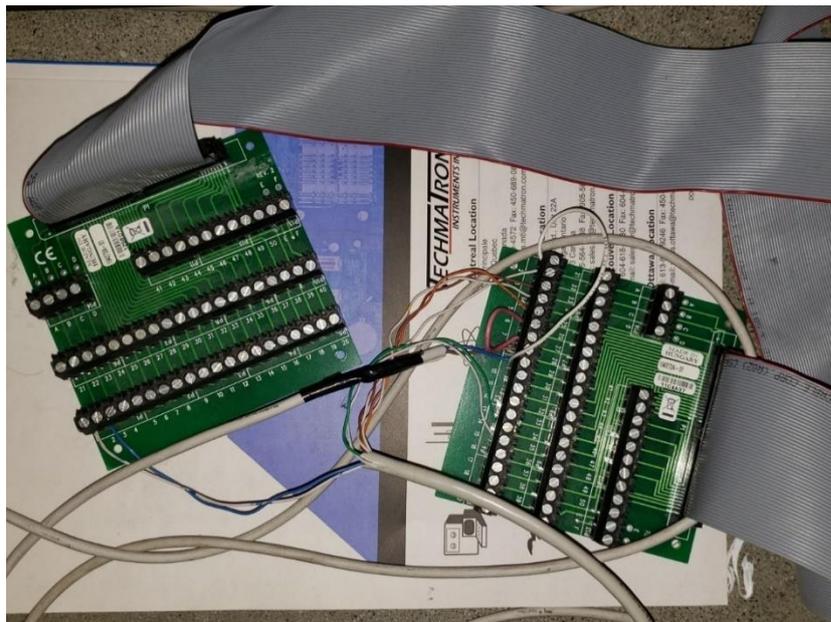


Figure 7 Module de connexion

### 3.3.2 Capteurs de mesures

C'est un capteur de position, de type Wenglor ayant la référence CP35MHT80. Il permet la lecture des variations de déplacement et les transformant en variation de tension pour permettre aux logiciels la lecture de ces données. Ce type des capteurs fonctionnent à l'aide d'une ligne

CMOS ou de l'anglais (Complementary Metal Oxide Semiconductor) qui est une technologie de construction des équipements électroniques qui se base sur des fonctions logiques tel que (NAND, NOR, etc.), ainsi que la technologie DSP autrement processeur de signal numérique. Cette famille de capteurs est capable de déterminer l'écart à l'aide d'une mesure d'angle. La sortie analogique est configurable pour la tension en 10...0 Volt ou 0...10 Volt et pour les paramètres courants ça varie entre 4...20 mA ou 20...4 mA. Le capteur est capable de lire des variations entre 50 à 350mm.



Figure 8 Capteur de position

### 3.3.3 Logiciel d'acquisition

Afin de permettre la réception des données numériques parvenant des différentes composantes électroniques en s'est servi du logiciel commercial DASyLab : Data Acquisition System Laboratory, disponible au sein du laboratoire du bio plasturgie de l'université du Québec en Abitibi-Témiscamingue.

Ce Software dispose de plusieurs options de pilote de mesure pour chronométrer une mesure. Le logiciel permet aussi la commande des composants à travers des entrées, des modules et aussi enregistrer les données de mesures.

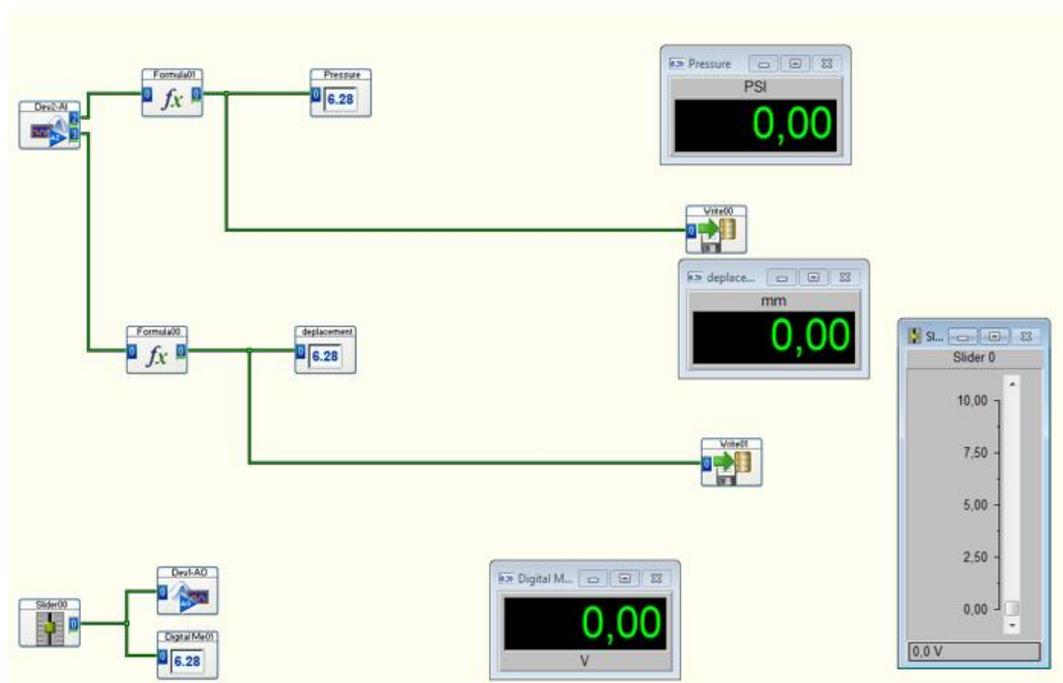


Figure 9 Circuit des modules actionneurs et lectures des données

### 3.4 Autres composants

Pour bien réussir les procédures pratiques durant ce projet on a identifié des équipements spécifiques permettant de nous fournir une meilleure précision des résultats, voici les équipements considérés dans ce projet et leurs caractéristiques :

- Compresseur d'air : c'est l'équipement pour augmenter pression de l'air et qui peut atteindre la valeur de 160 PSI (11 Bar).
- Débit mètre permettant de mesurer le débit d'air qui circule dans l'installation.
- Capteur de pression permet de prélever la valeur de pression mise en œuvre.

### 3.5 Expérimentation

#### 3.5.1 Matériau et étanchéité

Le matériau concerné par le soufflage du tube cylindrique est le polyéthylène téréphtalate, PET. Le PET, est un polymère qui possède des

bonnes caractéristiques mécaniques et une résistance thermique et chimique. Ce matériau est très souvent utilisé dans des diverses applications pour l'industrie et les produits du quotidien tel que : emballages, récipients pour produits alimentaires, fibres textiles...

Le PET est un polymère obtenu par la polycondensation ou polymérisation par étapes de l'acide téréphtalique avec l'éthylène glycol, c'est un mécanisme qui se base sur des étapes indépendantes, Les monomères avec deux ou plusieurs groupes fonctionnels réagissent pour former au début des dimères, ensuite des trimères et oligomères plus longs, et ensuite des polymères à chaîne longue.

Chaque étape est une réaction de condensation qui se fait avec élimination de petites molécules (sous-produits) telles que H<sub>2</sub>O, HCL, NH<sub>3</sub> ou CH<sub>3</sub>OH. Les PET étant poreux, ce sont surtout des molécules d'eau.

#### **MATIÈRES PLASTIQUES : POLYCONDENSATION**

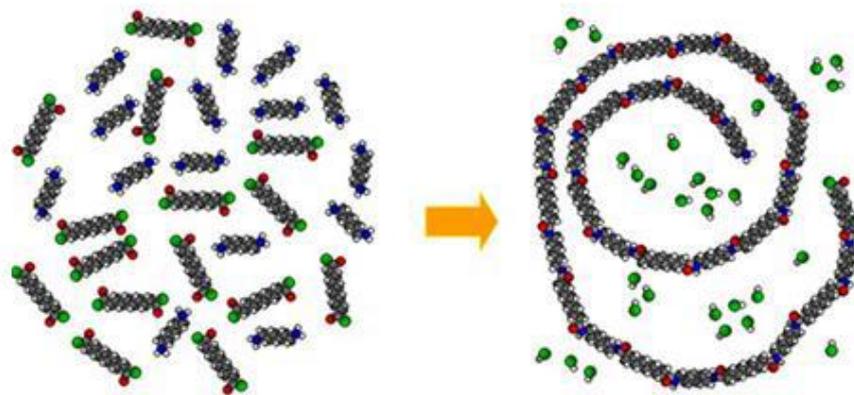


Figure 10 Phénomène de la Polycondensation (*Champin, 2007*)

La polymérisation par étapes est un procédé de synthèse très utilisé sur le plan industriel.

Entre  $T_g$  ( $T_g = 80 \sim 90 \text{ }^\circ\text{C}$ ) et la température de fusion  $T_f$  ( $T_f = \sim 250 \text{ }^\circ\text{C}$ ), le PET devient de plus en plus souple et ses chaînes peuvent changer de configuration et faire évoluer sa microstructure. Ensuite au-dessus de cette température de fusion  $T_f$ , les liaisons entre les chaînes se détruisent et le PET devient un fluide fortement visqueux. C'est le deuxième état qui est le plus intéressant pour plusieurs procédés de fabrication, notamment le procédé de soufflage, car il permet à la fois de déformer le matériau avec peu d'efforts et de faire évoluer sa microstructure : orientation et cristallisation.

Le PET est un polymère semi-cristallin, il est donc composé d'une phase amorphe et d'une phase cristalline qui peut atteindre jusqu'à 50% du volume. (LUO, 2012)

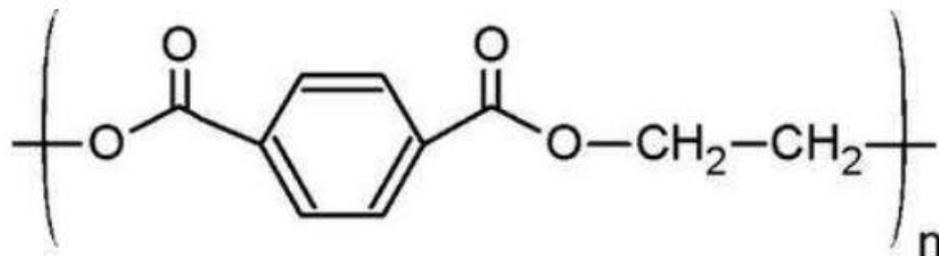


Figure 11 Molécule du Polyéthylène téréphtalate (*Daubeny & Bunn, 1954*)

La température de l'expérience de soufflage a été choisie de manière qu'elle soit au-delà de la zone caoutchouteuse du PET, dans laquelle les mouvements de chaînes sont permis et le polymère devient plus amolli.

Tous les polymères non réticulés, qu'ils soient amorphes ou semi-cristallins, ont tendance à modifier leur raideur mécanique, ou rigidité, de plusieurs ordres de grandeur lorsqu'ils traversent une ou plusieurs régions de

température. La température à laquelle se situent les principales zones de ramollissement dépend des forces intra et intermoléculaires qui agissent sur le polymère en question et varie considérablement en fonction de la composition spécifique et la masse molaire.

Pour mieux décrire l'effet de la température sur les courbes contrainte déformation des échantillons en PET des travaux ont menés à l'obtention des représentations décrivant le comportement du matériau en fonction d'une température variable.

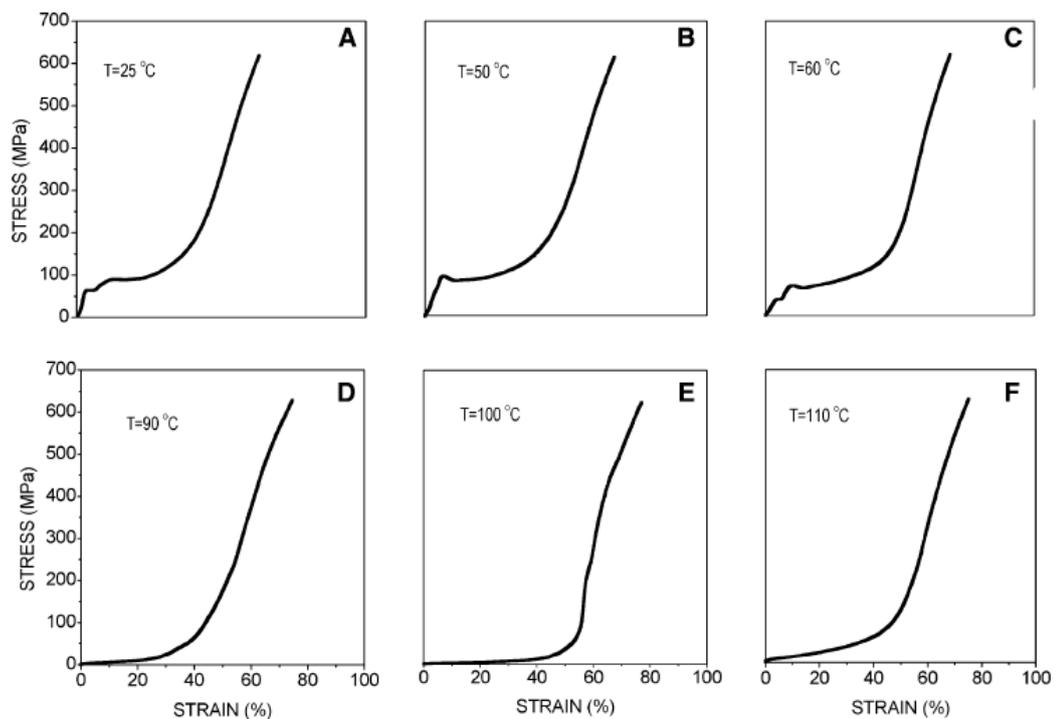


Figure 12 Courbes de contrainte déformation du PET déformé à 25, 50, 60, 90, 100 et 110C (*Shinichi , et al., 2005*)

La figure ci-dessus montre un bloc de six courbes de contrainte déformation d'échantillons de PET obtenus à différentes températures de déformation, avec une vitesse de déformation constante de 0,3 mm/min et une contrainte finale de 625 MPa. Les températures de déformation inférieures à  $T_g$  étaient de 25, 50 et 60C, les températures respectives supérieures à  $T_g$  étaient de 90, 100 et 110C. (*Shinichi, et al., 2005*).

Les 3 premières courbes A, B et C montrent dans leurs premières zones de déformations une faible diminution de la contrainte avec l'augmentation de la déformation. Ces courbes de contrainte déformation présentent deux limites d'élasticité. Toutes les limites d'élasticité se produisent dans une compression de déformation inférieure à 15%. Ce comportement impose l'existence d'une réorientation des chaînes au cours du processus de déformation.

Cependant comme le montrent les courbes D, E et F, à des températures supérieures à  $T_g$ , les courbes de contrainte déformation ne présentent pas la première zone où se situe la diminution de contrainte comme cela est observé à des températures de contrainte inférieures à  $T_g$  pour A, B et C. Ce comportement met en évidence la possibilité des procédés de mises en forme plus facile avec un débit plus élevé. Jusqu'à 25% de déformation.

L'augmentation de la température entraîne une dislocation des courbes vers un plus grand pourcentage de déformation.

Dans la région caoutchouteuse, le mouvement des chaînes devient plus facile et par conséquent la résistance à la déformation est plus faible, ce qui justifie le choix de la zone phase diffuse de transition pour effectuer les expérimentations.

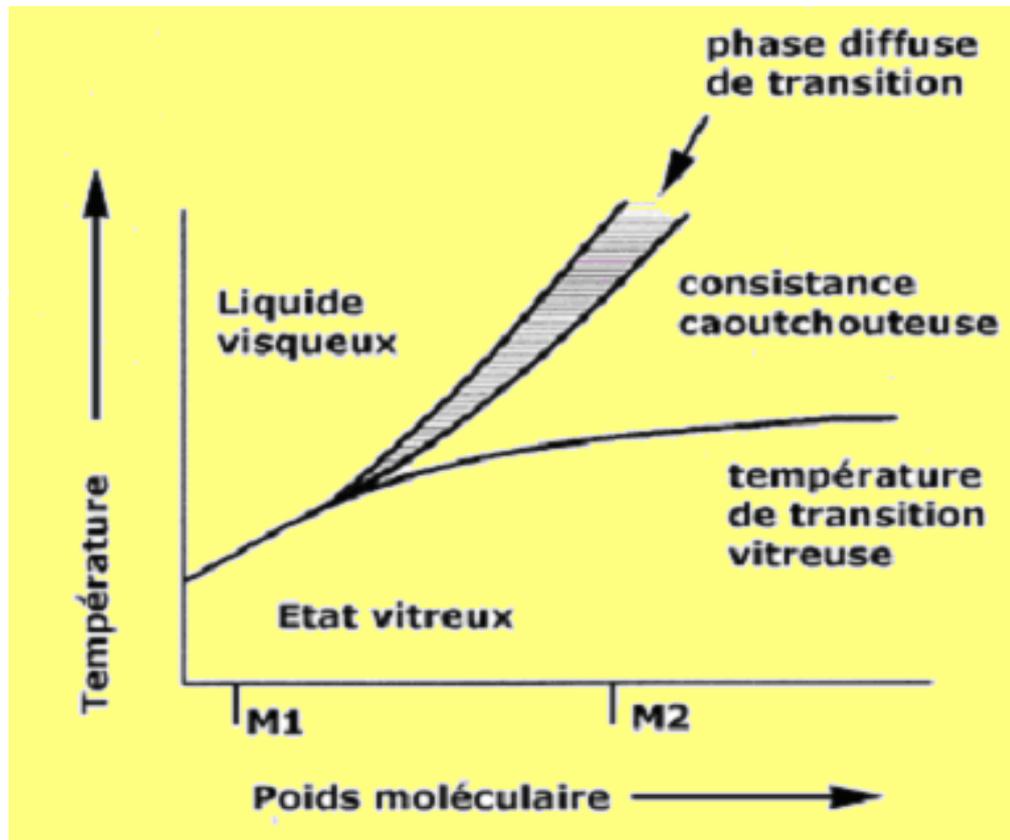


Figure 13 Diagramme structural Polymère (*Plastique, 2008*)

On constate à partir du diagramme que la température de transition vitreuse augmente proportionnellement à l'augmentation de la masse molaire parce que l'accumulation de celle-ci crée par conséquent une masse des longueurs de chaînes plus élevée ainsi que le nombre des chaînes pour chaque longueur, ce qui rend le matériau plutôt difficile à déformer et nécessite plus d'effort pour atteindre les caractéristiques de déformation désirée.

➤ Étanchéité

Avant de procéder avec le chauffage et soufflage des échantillons, une étanchéité parfaite est requise pour garantir l'obtention des résultats bien précise. Pour cela, des essais d'étanchéités sont réalisés à des pressions convenables au laboratoire de Bio plasturgie : essaie de gonflage avec de l'air et des tests d'émersions dans l'eau.

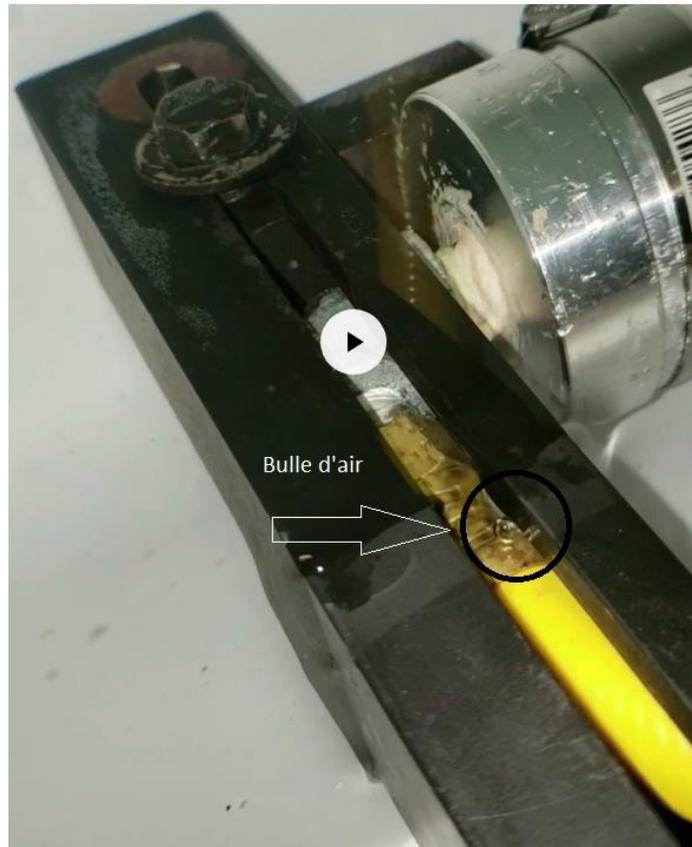


Figure 14 Essaie d'étanchéité

Une meilleure étanchéité est primordiale pour le bon déroulement des expérimentations, dans le but d'assurer une précision optimale durant le prélèvement des résultats, par ailleurs la comparaison des essais avant et après avoir assuré l'étanchéité du système, démontre une instabilité avec des chutes brusques de la pression durant les essais.

### 3.5.2 Déroulement de l'expérience

Une fois le tube est mis en place à l'intérieur du four, on règle le contrôleur du four à convection sur la température désirée Pour l'étude réalisée, on a considéré la température de 90 degrés Celsius, La durée de chauffage jusqu'à la température désirée nécessite un temps moyen de 15 minutes. Une fois la température établie, on vérifie la stabilité et ensuite on procède au soufflage libre des tubes.

Le tube chauffé à la température désirée (légèrement supérieure à sa température de transition soit 353 degrés Kelvin équivalent à 80 degrés Celsius) (Woo & Ko, 1996) degrés se déforme sous l'effet conjugué de la pression et la chaleur.

Au repos un capteur de position est placé au-dessus du centre du tube (ligne horizontale). Cette position est prise comme référence (niveau zéro millimètres), voir Figure A. Sous l'effet combiné de la pression de soufflage et la température, la trace de la membrane cylindrique change de forme (une courbe parabolique au lieu d'une ligne) avec le temps. La mesure au centre de la ligne (pôle) est alors enregistrée dans le temps par le système d'acquisition.

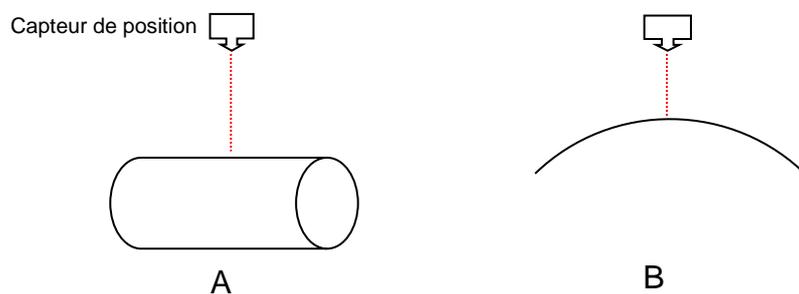


Figure 15 Position capteur

Par la suite les fichiers, documents résultats seront générés et enregistrés sur le disque de l'ordinateur.

Le banc d'essai était efficace ainsi que l'équipement utilisé, cependant il y avait certains points de faiblesse à mentionner, qui ont apparus durant quelques essais de gonflement, nous avons constaté que pour certains cas la structure du tube perd le caractère axisymétrique, ce qui mène à une perturbation absurde des mesures prélevées, pour cela nous soulignons que d'autres améliorations au niveau des dispositifs d'application de

pression sur la surface interne du tube seront aussi efficaces pour éviter la perturbation d'axisymétrie de la membrane.

### 3.5.3 Résultats

Pour une température donnée, plusieurs essais sont réalisés pour décrire la déformation en fonction de la pression. Plusieurs essais expérimentaux ont mené à l'obtention d'une base de données de résultats : pression et déplacement résultant.

Ces données on était utilisé pour pouvoir présenter une courbe de contrainte déformation des valeurs moyennes des expérimentations.

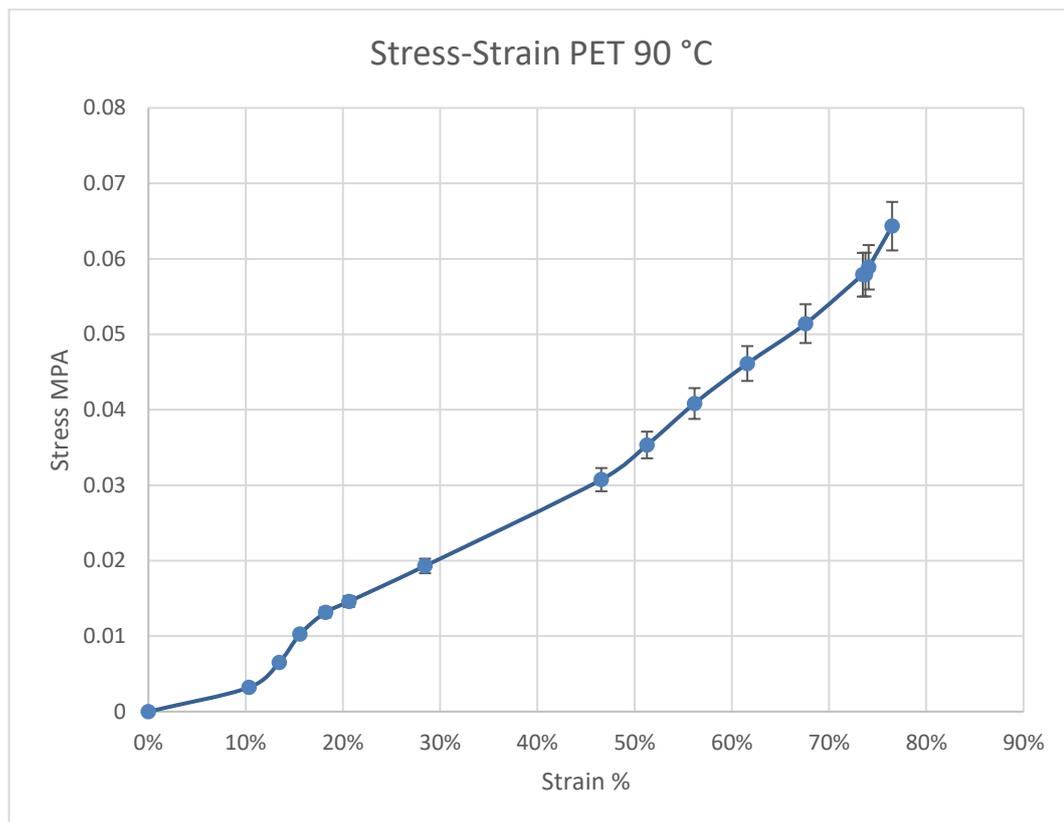


Figure 16 Courbe contrainte déformation du PET à 90 degrés Celsius

L'allure présentée ci-dessus présente le comportement moyen du PET à 90°C, au-dessus de la température de transition vitreuse  $T_g$ . On constate que l'augmentation du taux de déformation est reliée à l'augmentation de la contrainte appliquée. Cela induit plusieurs zones de déformations

## CHAPITRE 4 : SIMULATION, MISE EN EQUATION ET IDENTIFICATION ALGORITHMIQUE

### 4.1 Matériau hyperélastique et état plan des contraintes

L'élasticité dans la plage entièrement non linéaire, doit être établie en termes de potentiel d'énergie de déformation hyperélastique. En conséquence, en considérant  $\mathbf{F}$  comme gradient de déformation, un matériau hyperélastique est décrit par l'introduction d'une fonction de densité d'énergie de déformation  $\mathbf{W} = \mathbf{W}(\mathbf{F})$ . Selon le principe d'objectivité, la fonction de densité d'énergie de déformation est indépendante des mouvements superposés des corps rigides.

Considérons une simple déformation par cisaillement et en tenant compte des hypothèses des contraintes planes ainsi que l'incompressibilité du matériau, thermoplastique, les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy se présentent comme suit :

$$\sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0 \quad (12)$$

En conséquence, si  $\mathbf{W}$  est représentée en termes de tenseur de déformation de Cauchy  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ , pour les matériaux isotropes, l'équation de l'énergie de déformation peut être présenté :

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}(\mathbf{F}) = \mathbf{W}(\mathbf{C}) \quad (13)$$

Ainsi pour une simple déformation en cisaillement,  $\gamma$ , dans le plan xy, on a pour le tenseur de gradient des déformations l'expression suivante :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Ce qui donne pour le tenseur des déformations de Cauchy l'expression suivante :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ \gamma & 1 + \gamma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Dans le cas général, le tenseur de Cauchy est symétrique donné par :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{xy} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{xz} & C_{yz} & C_{zz} \end{pmatrix} \quad (16)$$

$C_{xx}$ ,  $C_{yy}$ ,  $C_{zz}$ ,  $C_{xy}$ ,  $C_{xz}$  et  $C_{yz}$  sont les composantes du tenseur  $\mathbf{C}$ .

En désignant par  $\mathbf{S}$  le deuxième tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff, on déduit selon la fonction d'énergie  $\mathbf{W}$ , pour un matériau hyperélastique, l'expression suivante pour ses composantes (Holzapfel, 2000) :

$$S_{ij} = 2 \frac{\partial W}{\partial C_{ij}} \quad (17)$$

Les composantes, dans les directions principales, du tenseur contraint Lagrangienne,  $\mathbf{S}_i$  sont données par la formule suivante (Holzapfel, 2000) :

$$S_i = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (18)$$

Les composantes, dans les directions principales, des contraintes de Cauchy,  $\sigma_i$ , sont données par l'expression suivante (Holzapfel, 2000) :

$$\sigma_i = \frac{\lambda_i}{J} \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (19)$$

$J$  ( $\det(\mathbf{F})$ ) représente le Jacobien du gradient de déformation  $\mathbf{F}$  et  $\lambda_i$  ( $i = 1,2,3$ ) sont les invariants du tenseur de déformation Cauchy-Green  $\mathbf{C}$  (Almasi, et al., 2017). En conséquence, la fonction de densité d'énergie de déformation d'un matériau isotrope élastique homogène peut être

présentée en des trois invariants du tenseur de Cauchy-Green  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$ , données par (Almasi , et al., 2017) :

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2, I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (20)$$

#### 4.2 Mise en équation du soufflage libre d'une conduite cylindrique

La mise en équations de ce problème a été étudiée par plusieurs auteurs. La théorie générale des membranes a été présentée par Green et Adkins (Adkins, 1971) . De nombreux auteurs (Wineman, 1978), (Erchiqui, et al., 1998) ont proposé des méthodes numériques différentes pour résoudre ce problème classique pour des modèles de comportement hyperélastique.

Pour l'analyse, considérant le problème de soufflage libre d'un tube incompressible, isotrope et hyperélastique. Initialement, avant le soufflage, le rayon intérieur  $R$  et l'épaisseur  $H$  de la conduite sont supposés uniforme sur toute la longueur de la conduite. Également, on suppose que la pression interne de gonflement du tube (configuration déformée) conserve une symétrie axiale, mais le rayon peut être variable dans la direction axiale.

On se référant à la configuration non déformée (configuration géométrique initiale), les positions radiales ( $r$ ) et axiale ( $z$ ) dans la configuration déformée sont reliés à la position  $Z$  dans la configuration non déformée par la relation suivante (voir figure 17) (S.P. Pearce, 2008):

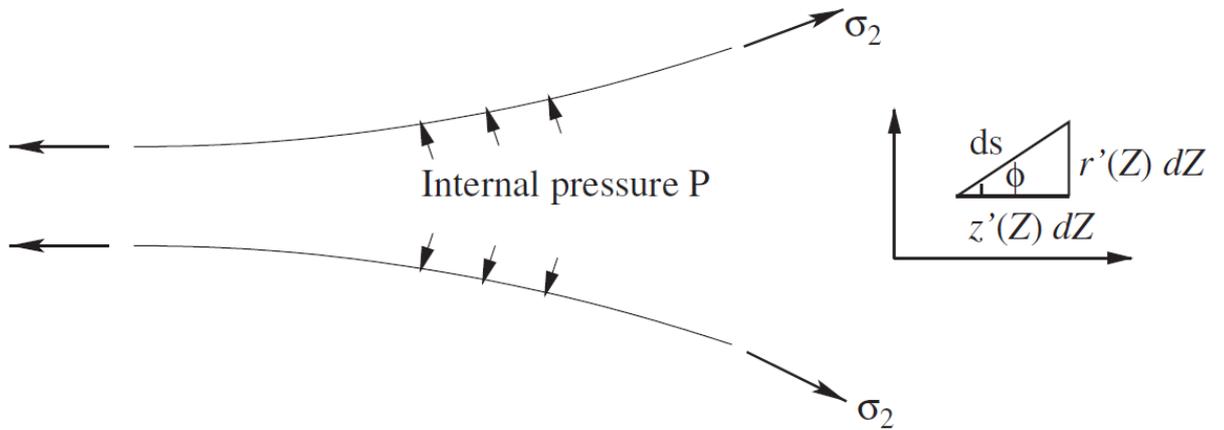


Figure 17 modélisation de soufflage d'un tube a paroi mince

$$r = r(Z), z = z(Z) \quad (21)$$

$Z$  et  $z$  représentent respectivement les coordonnées axiales d'une particule matérielle représentative avant et après le gonflement et  $r$  soit le rayon intérieur après le gonflement (S.P. Pearce, 2008).

Comme la déformation est axialement symétrique, les principales directions de déformation coïncident avec le méridien, les lignes de latitude et la normale à la surface déformée.

Désignons par  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  les extensions principales respectivement dans les directions : méridionale, latitudinale et normale. En se référant à la (figure 18), les extensions principales  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  sont reliées aux éléments de surface (ABCD) avant soufflage (configuration non déformée) et l'élément de surface (abcd) durant le soufflage (configuration déformée) par les expressions suivantes :

$$\lambda_1 = \frac{\widehat{ab}}{\widehat{AB}}, \lambda_2 = \frac{\widehat{bc}}{\widehat{BC}}, \lambda_3 = \frac{h}{H} \quad (22)$$

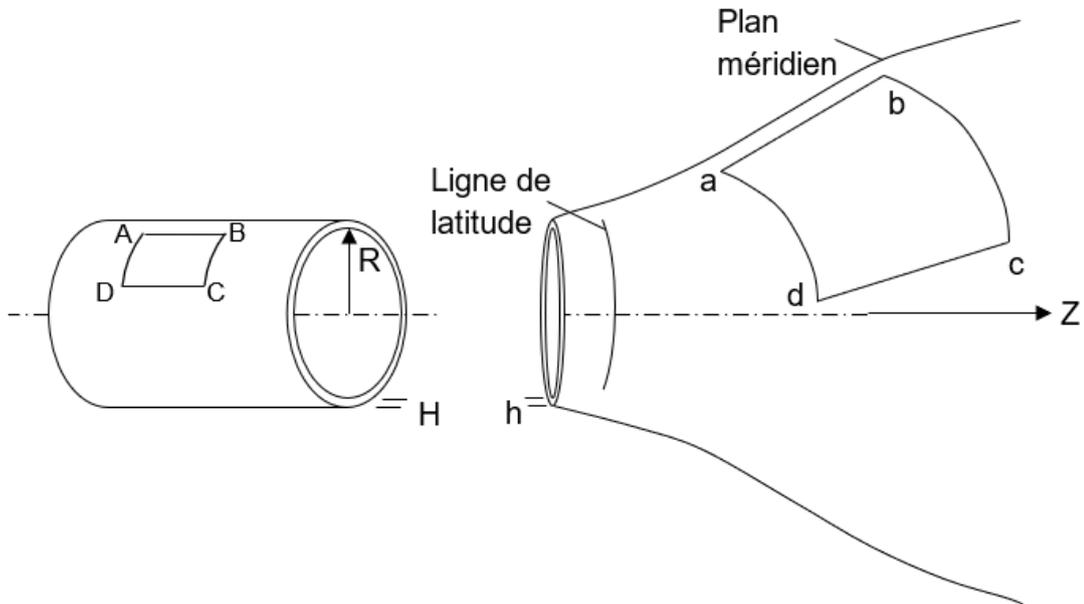


Figure 18 présentation des directions des déformations

Pour la description cinématique, à l'état non déformé, considérons le repère de coordonnées cylindrique  $(R, \phi, Z)$  et, dans l'état déformé, on utilise les coordonnées cylindriques  $(r, \varphi, z)$ . L'épaisseur de la conduite en chaque point  $z$  sera désignée par  $h$ .

Pour cette analyse, considérons les définitions géométriques suivantes (voir Figures 18 et 19) :

$ABCD$  : L'élément de la membrane non déformé

$abcd$  : L'élément de la membrane déformé

$\theta$  : L'angle d'inclinaison

On note que :

$dZ$  : La longueur de l'arc  $AB$

$d\xi$  : La longueur de l'arc  $ab$

$dz$  : La projection de l'arc  $ab$  sur l'axe  $Z$

Avec :

$$dz = d\xi \cos\theta$$

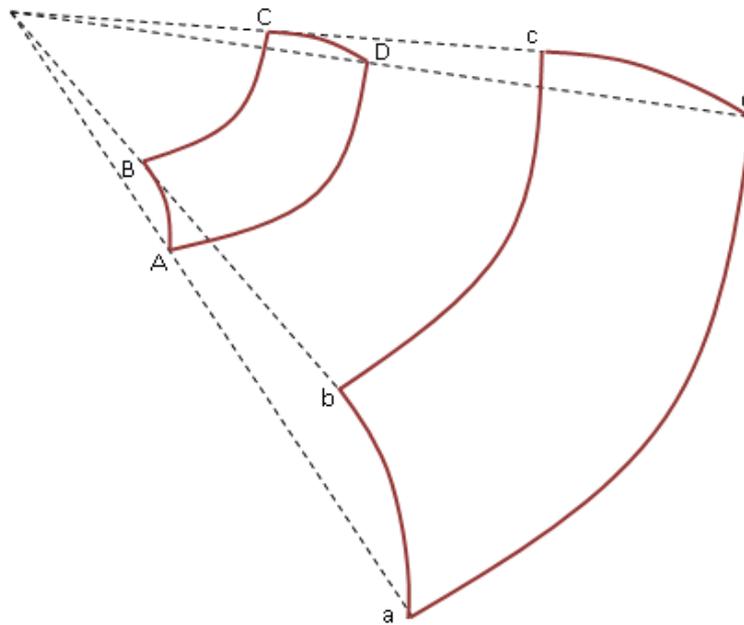


Figure 19 élément de surface en déformation

En faisant l'hypothèse que le matériau est incompressible, les trois extensions principales  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  sont reliées par la relation suivante :

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \tag{23}$$

On a donc  $\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2}$

$$\text{Avec } \begin{cases} \lambda_1 = \frac{ab}{AB} = \frac{d\xi}{dZ} \\ \lambda_2 = \frac{ad}{AD} \\ \lambda_3 = \frac{h}{H_0} \end{cases}$$

À partir de la définition de  $\lambda_1 = \frac{ab}{AB} = \frac{d\xi}{dZ}$ , on obtient alors

$$\frac{dz}{dZ} = \lambda_1 \cos \theta \quad (24)$$

$$\frac{dr}{dZ} = \frac{\sqrt{(d\xi)^2 - (dz)^2}}{dZ}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{d\xi}{dZ}\right)^2 - \left(\frac{dz}{dZ}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_1^2 \cos^2(\theta)}$$

$$\frac{dr}{dZ} = \lambda_1 \sin \theta \quad (25)$$

$$\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

Les membranes considérées dans ce travail sont supposées être minces (c'est-à-dire que l'épaisseur de la membrane est très petite par rapport aux deux autres dimensions). En conséquence, d'après la théorie de membrane, les moments fléchissant sont négligeables et la membrane est dans l'état de contraintes planes. Les deux tensions  $T_1$  et  $T_2$ , respectivement méridienne et circonférentielle, sont les contraintes de membrane suivant l'épaisseur et appartiennent sur le plan tangent.

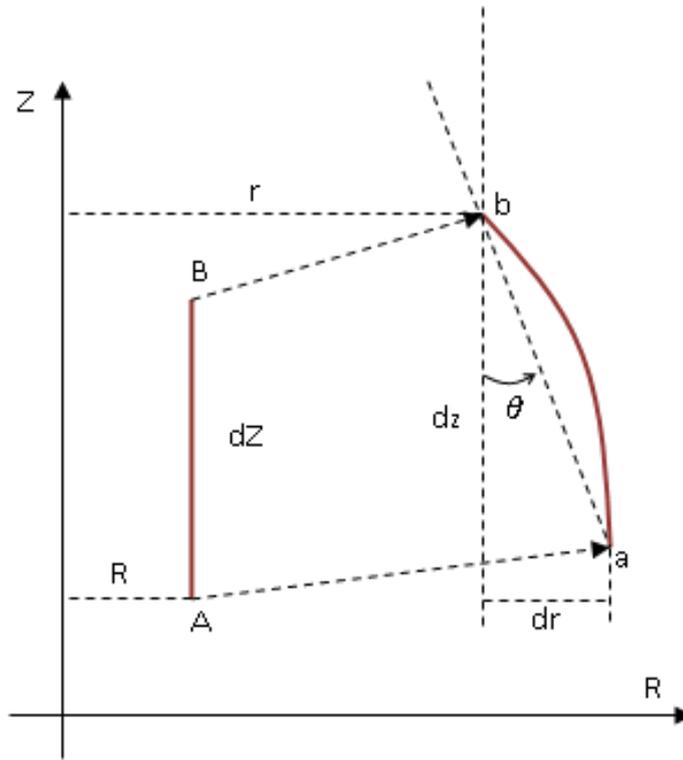


Figure 20 Observation de l'état de déformation de surface

Les équations d'équilibre dans le cas de membrane s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \frac{T_1}{\rho_1} + \frac{T_2}{\rho_2} = P & (26) \\ \frac{dT_1}{dr} = \frac{1}{r}(T_2 - T_1) & (27) \end{cases}$$

Où  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les rayons de courbures relatifs aux directions principales, respectivement méridienne et circonférentielle.  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont données par :

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho_1} = K_1 & (28) \\ \frac{1}{\rho_2} = K_2 & (29) \end{cases}$$

Où  $K_1$  et  $K_2$  sont les courbures relatives aux directions méridienne et circonférentielle (Fabrice , et al., 2019) :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = \frac{d\theta}{\lambda_1 dZ} \\ K_2 = -\frac{\cos \theta}{\lambda_2 R_0} \end{array} \right. \quad (30)$$

On remplace  $K_1$  et  $K_2$  dans (30) et (31) on obtient alors :

$$\frac{d\theta}{dz} = \left( T_2 \frac{\cos \theta}{\lambda_2 R_0} - P \right) \frac{\lambda_1}{T_1} \quad (32)$$

On sait que  $\lambda_2 = \frac{r}{R_0}$ , on a alors que  $d\lambda_2 = \frac{dr}{R_0}$ , en considérant la relation  $\frac{dr}{dz} =$

$\lambda_1 \sin \theta$ , on obtient :

$$\frac{d\lambda_2}{dZ} = \frac{\lambda_1 \sin \theta}{R_0} \quad (33)$$

À l'instant  $t$  au cours de l'essai, la pression interne de la membrane est considérée être uniforme :

$$\frac{dP}{dz} = 0 \quad (34)$$

On multiplie (25) par (27) :

$$\frac{dT_1}{dr} \frac{dr}{dZ} = \frac{1}{r} (T_2 - T_1) \cdot \lambda_1 \sin \theta \quad (35)$$

$$= \frac{\lambda_1 \sin \theta}{\lambda_2 R_0} (T_2 - T_1)$$

$$\frac{dT_1}{dZ} = \frac{\lambda_1 \sin \theta}{\lambda_2 R_0} (T_2 - T_1) \quad (36)$$

(24), (25), (36), (33), (32) et (34) sont les équations d'équilibre différentielles du soufflage de la membrane cylindrique creuse.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dZ} = \lambda_1 \cos \theta \\ \frac{dr}{dZ} = \lambda_1 \sin \theta \\ \frac{dT_1}{dZ} = \frac{\lambda_1 \sin \theta}{\lambda_2 R_0} (T_2 - T_1) \\ \frac{d\lambda_2}{dZ} = \frac{\lambda_1 \sin \theta}{R_0} \\ \frac{d\theta}{dZ} = \left( T_2 \frac{\cos \theta}{\lambda_2 R_0} - p \right) \frac{\lambda_1}{T_1} \\ \frac{dP}{dZ} = 0 \end{array} \right.$$

La résolution des équations d'équilibres ci-dessus nécessite la connaissance des conditions aux limites associées au problème de soufflage libre de la conduite cylindrique creuse.

Les conditions aux limites imposées pour le problème du soufflage de membrane se divisent en deux types de conditions : les conditions liées aux chargements et aux déformations.

### **Conditions liées aux chargements**

On considère que les déformations de la membrane sous pression d'air sont quasi-statiques et que la pression appliquée à l'intérieur de la membrane est uniforme. Autrement dit, la pression ne change pas suivant les deux directions principales ( $\frac{dP}{dZ} = 0$ ). On peut donc obtenir la condition aux limites suivante :

$$P(Z = 0) = P(Z = L_0) \quad (37)$$

$L_0$  représente la mi-longueur du cylindre (qui reste constant après déformation).

### **Conditions aux limites aux déformations**

Lors de l'essai, la membrane cylindrique est fixée sur le banc d'essai en bloquant ses deux extrémités. Les déplacements ainsi que les rotations aux deux côtés de la membrane sont alors nuls et le diamètre du cylindre aux deux côtés est constant.

$$z(Z = 0) = 0 \quad (38)$$

$$z(Z = 2L_0) = 2L_0 \quad (39)$$

$$r(Z = 0) = r(Z = 2L_0) = R_0 \quad (40)$$

Où  $2L_0$  est la longueur initiale du cylindre.

Au milieu du cylindre, le rayon déformé est conditionné par :

$$r(Z = L_0) = R_0 + h_{\text{mesuré}} \quad (41)$$

Avec  $h_{\text{mesuré}}$  la hauteur par le capteur LASER.

$$\theta(Z = L_0) = 0 \quad (42)$$

Car on considère qu'il n'y a pas d'inclinaison pôle du cylindre déformé.

#### 4.3 Modèle de comportement Mooney-Rivlin en axisymétrique

Dans ce qui suit, nous considérons le modèle de comportement hyperélastique de Mooney-Rivlin en axisymétrique. Dans sa forme classique, l'expression de l'énergie potentiel associé au Mooney-Rivlin est de la forme :

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (43)$$

Par la substitution de la relation suivante :

$$c = C_1 \text{ et } C_1 * \alpha = C_2 \quad (44)$$

Cette énergie prend la forme suivante :

$$W = c[(I_1 - 3) + \alpha(I_2 - 3)] \quad (45)$$

En conséquence, par l'utilisation de la relation (44), le tenseur de contrainte de Cauchy Green  $\sigma$  est alors donné par :

$$\sigma = \frac{2}{J} \left[ \frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{C} - \frac{\partial W}{\partial I_2} (I_3 \mathbf{C}^{-1} - I_2 \mathbf{I}) + \frac{\partial W}{\partial I_3} I_3 \mathbf{I} \right] \quad (46)$$

En utilisant l'expression (45) de la fonction de l'énergie, nous déduisons pour (46) l'expression suivante :

$$\sigma = \frac{2}{J} [c\mathbf{C} - C\alpha(I_3 \mathbf{C}^{-1} - I_2 \mathbf{I})] \quad (47)$$

Soit encore :

$$\sigma = c\alpha I_2 \frac{2}{J} \mathbf{I} + \frac{2}{J} (c\mathbf{C} - c\alpha I_3 \mathbf{C}^{-1}) \quad (48)$$

Finalement, en tenant compte de l'incompressibilité du matériau hyperélastique (Treloard, 1975) :

$$I_3 = 1, J = 1 \quad (49)$$

En posant  $2c\alpha I_2 = -p'$ .

L'expression (48) s'écrit alors (Treload, 1975) :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p'I + 2(c\mathbf{C} - c\alpha\mathbf{C}^{-1}) \quad (50)$$

Avec  $p'$  est une pression multiplicatrice arbitraire, dite de Lagrange, associé à la condition d'incompressibilité (Germain, 1973).

Afin d'appliquer la théorie de membrane à la conduite cylindrique creuse, considérons les hypothèses suivantes :

- Épaisseur ( $e$ ) de la conduite, supposé mince, est constant dans la configuration initiale initialement
- Le rayon ( $R$ ) intérieur du tube est constant sur toute la longueur du tube
- La longueur du tube est  $L_0$  autant pour la configuration non déformée que déformée (reste inchangé).
- La pression interne de la charge est supposée constante à chaque instant sur la surface interne du tube.
- Le tenseur de contrainte de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$  demeure en diagonale en tout point du tube et durant tout le processus de gonflage.

Ainsi, en considérant le plan médian du tube comme plan de symétrie, la géométrie et les conditions limites étant axisymétrique, les conditions suivantes s'appliquent aux composantes du champ de déplacement  $u$  :

$$u = u_r(r), u_\theta = 0, u_z = 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0$$

En tenant compte de l'incompressibilité du matériau l'équation de continuité devient comme suit :

$$\frac{\partial(ru_r)}{\partial r} = 0 \quad (52)$$

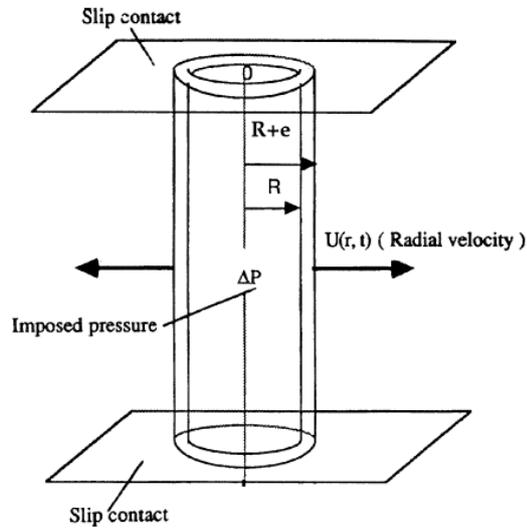


Figure 21 Soufflage libre d'un cylindre

(Fabrice , et al., 2019)

Fabrice Schmidt, durant ses recherches à démontrer une relation entre les coordonnées radiales du point extrême du rayon initiale  $R_0$  ainsi le rayon dans un instant courant ( $t$ ) de la membrane pour des études du soufflage libre axisymétrique des polymères, la dernière est présentée comme suit :

Pour  $r = R(t)$

$$r^2 - R^2 = r_0^2 - R_0^2 \rightarrow r = \sqrt{r_0^2 - R_0^2 + R^2} \quad (53)$$

Ainsi que la composante radiale du tenseur  $F$  que s'écrit sous la forme suivante :

$$F_{rr} = \frac{\partial r}{\partial r_0} = \frac{r_0}{r} \quad (54)$$

Prenant la direction axiale  $W(z, t)$  qui suit la direction de l'axe de révolution du tube ayant une composante axiale  $F_{zz} = 1$ , donc  $\det F = 1$

En tenant compte toujours de l'hypothèse de l'incompressibilité nous présenterons en utilisant une approximation de coque mince , le tenseur  $F$ , comme suit :

$$F = \begin{bmatrix} \frac{r_0}{r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r}{r_0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(r,\theta,z)} \quad (55)$$

On calculant par la suite les termes  $\mathbf{C}$  associés au tenseur des contraintes  $\sigma$  comme présenté dans l'équation (16).

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(r,\theta,z)}, \text{ d'où}$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(r,\theta,z)}$$

Ensuite selon le modèle de comportement de Mooney-Rivlin le tenseur des contraintes  $\sigma$  s'écrit comme suit :

$$\sigma = -p'I + 2(c\mathbf{C} - C\alpha\mathbf{C}^{-1}) = -p'I + 2c\mathbf{C} - 2c\alpha\mathbf{C}^{-1}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} -p' + 2c\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 2c\alpha\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & -p' + 2c\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - 2c\alpha\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & -p' + 2c - 2c\alpha \end{bmatrix} \quad (56)$$

Le calcul précédent sert à évaluer l'évolution du rayon du tube verticale en tenant compte du modèle de comportement hyperélastique de type Mooney-Rivlin, soumis à une pression interne.

Finalement, il est opportun de souligner que les contraintes de membrane intégrées  $T_1$  et  $T_2$ , selon les directions respectives méridienne et circonférentielle, sont reliées aux contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  par les relations suivantes :

$$\sigma_1 = hT_1$$

#### 4.2 Modélisation numérique en soufflage libre via SOLIDWORKS

Les lois de comportement listé précédemment sont non linéaires, et peuvent présenter des taux de déformation très élevés qui peut atteindre les 300-500%. Pour cette raison, les essais pratiques peuvent être limités et ne peuvent pas être en mesure de représenter la déformation en entier du matériau lors d'une sollicitation mécanique élevée. En plus, l'utilisation d'une loi de comportement hyperélastique peut engendrer un mal conditionnement de la matrice de rigidité (Gadala, 1992). D'où la nécessité d'utiliser d'un solveur robuste pour résoudre ce type de problème.

Pour modéliser le soufflage du cylindre sous l'action d'une pression interne, nous considérons le logiciel commercial de simulation SolidWorks. Cela va nous permettre d'obtenir les déformations en fonction des charges en pression. Ensuite, une optimisation, par l'entremise d'un algorithme approprié par les réseaux de neurones, sera réalisée pour déterminer les paramètres mécaniques régissant la loi de comportement. Pour cela, les données expérimentales réalisées, au laboratoire de Bio plasturgie de l'UQAT, seront utilisées.

Pour l'analyse numérique, nous considérons l'incompressibilité et l'isotropie du matériau.

Soulignons que les formulations numériques basées sur la méthode des éléments finis, pour les matériaux hyperélastique, induisent le plus souvent des difficultés numériques à cause de l'incompressibilité du matériau. Pour éviter ce type de problème, plusieurs logiciels utilisent la méthode de pénalité. Cette méthode se base sur l'introduction de la compressibilité dans la fonction de l'énergie de déformation  $W$ .

En conséquence, la fonction d'énergie des déformations est réécrite pour le cas de matériau quasi-incompressible. La méthode d'itération de Newton-Raphson sera utilisée par le logiciel de simulation pour la résolution de ce problème non linéaire.

#### 4.2.1 Conception et maillage

Un meilleur maillage c'est un maillage qui permet l'obtention des résultats qui convergent. Pour cela, dans un premier temps, des précautions sont prises pour s'assurer de la qualité du raffinement du maillage vis-à-vis la convergence. De surcroît, vu la forme simple de notre préforme (Cylindre), on va utiliser un maillage structuré. En conséquence le temps de calcul pour ce type devrait être plus rapide que celui du maillage non structuré.

Théoriquement il existe 3 méthodologies pour générer un maillage soit :

- Les méthodes frontales

Les méthodes frontales consistent à générer un maillage en commençant par un premier élément ensuite en passant au suivant « élément par élément », cet algorithme procède à chaque fois à créer des nouveaux nœuds et en les attribuant des liaisons avec les éléments déjà existants. Cette méthode est facile à appliquer pour les cas de deux dimensions mais ça fait apparaître des difficultés pour certains cas en 3D « trois

dimensions » sur la convergence des résultats ainsi que la qualité du maillage.

➤ Les méthodes basées sur la triangulation de Delaunay

Ces méthodes sont directement liées au diagramme de Voronoï (Watson, 1981), ayant des cellules qui couvrent l'espace du domaine sans chevauchement. Cette technique est basée sur une procédure itérative qui construit la triangulation des domaines en introduisant à chaque fois des points internes qui doivent vérifier le critère de Delaunay. (Shewchuk, 1998)

➤ Les méthodes basées sur un partitionnement hiérarchique de l'espace

Ces méthodes se reposent généralement sur un partitionnement hiérarchique de l'ensemble du domaine qui doit être inclus dans une zone contenant une diversité de cellules cubiques, ayant des tailles variables. Ces cellules sont divisées d'une façon permettant de capturer l'empreinte de la frontière du domaine ensuite les cellules extérieures seront supprimées en décomposant les cellules qui restent sous forme de tétraèdres pour concevoir alors le maillage du domaine. Le problème le plus important pour cette méthode se manifeste au niveau des frontières du domaine à mailler, dont ça crée un maillage de mauvaise qualité. (Dardenne, 2008).

Techniquement pour cette étude, on a procédé par l'utilisation du meilleur standard du logiciel SolidWorks qui repose sur le schéma Voronoï-Delaunay « les méthodes basées sur la triangulation de Delaunay » décrite précédemment. À cet effet, pour réaliser les opérations de maillage, celui-ci permet de créer d'une manière automatique un plus grand nombre d'éléments au niveau des zones du domaine ayant des courbures importantes.

Dans cette étude, par l'entremise du SolidWorks, on a considéré l'élément tétraèdre linéaire à quatre nœuds (voir figure ci-dessous) pour le maillage de la conduite cylindrique.

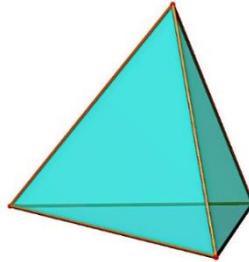


Figure 19 Élément du maillage tétraédrique

La figure ci-dessous illustre le maillage global du cylindre. Le tableau 1 donne les caractéristiques du maillage.

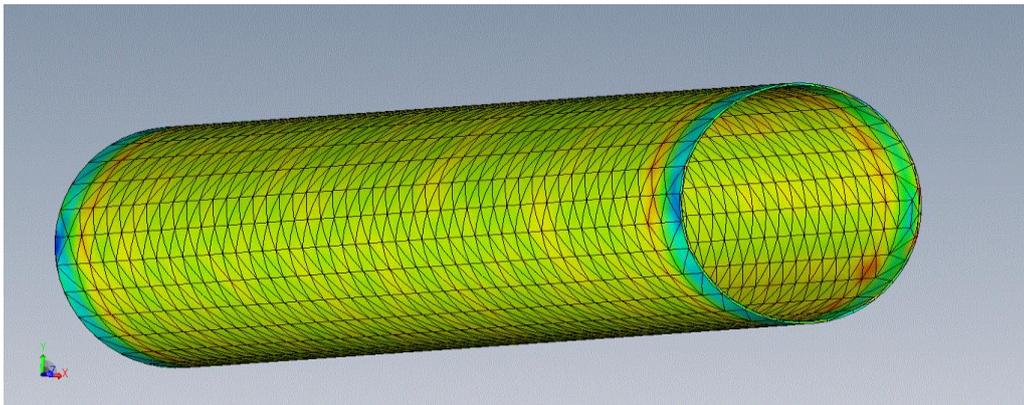


Figure 20 Préforme maillée

Le maillage obtenu a les caractéristiques suivantes :

Qualité de maillage	Haute
Nombre totale des nœuds	15474
Nombre totale d'éléments	7722
Taille de l'élément	6.14593 mm
Points de Jacobien	4 points

Tableau 1 Caractéristiques du maillage

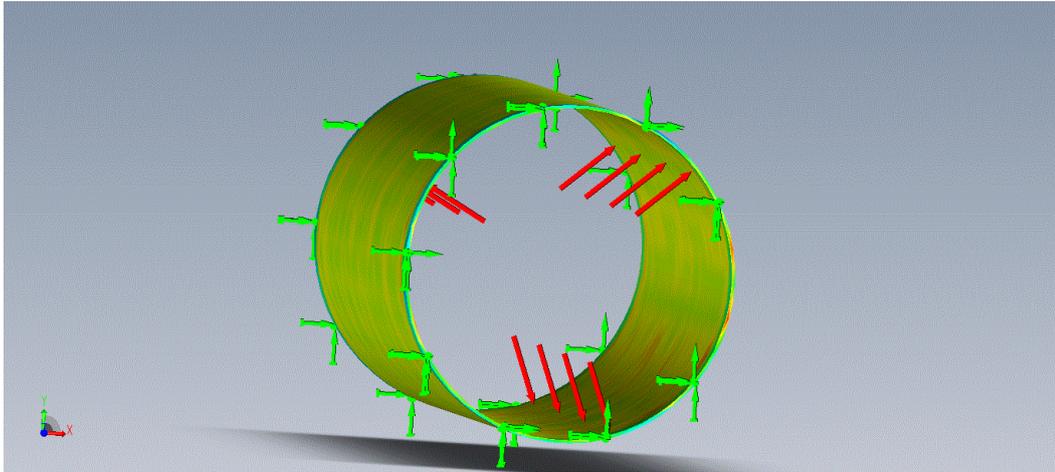


Figure 21 Conditions limite

Les conditions aux limites sont les suivantes :

1. La préforme est encastrée à ces deux extrémités (ou c'est marqué les flèches en couleur vert).
2. La pression est appliquée à la surface intérieure du cylindre.

#### 4.2.2 Simulation en soufflage libre de la conduite

Les dimensions géométriques de l'échantillon cylindrique sont conformes à ceux utilisés en expérimentation.

Pour s'assurer de la qualité de la simulation, nous avons utilisé des paramètres mécaniques (cas hyperélastique) issus de la littérature. (Erchiqui & Laroche, 1997) (Lorenzi, 1991) (Erchiqui, et al., 1998)

Plusieurs simulations sont visées par ce projet pour une famille de propriétés mécanique non linéaire de Mooney-Rivlin. Les résultats qui seront obtenus numériquement seront utilisés pour l'optimisation, à l'aide des réseaux de neurones. Durant les simulations on constate que pour une petite valeur du paramètre de Mooney-Rivlin, la pression atteint un maximum et diminue ensuite de façon monotone. Pour cela plusieurs tests de simulations numériques seront exécutés en utilisant le modèle de Mooney-Rivlin afin d'obtenir un maximum de données permettant

d'atteindre un niveau optimal d'exactitude. La figure 25 illustre, d'une part, le maillage utilisé pour le gonflement de la conduite et, d'autre part, trois états de gonflement de la conduite.

Pour déceler les propriétés mécaniques de notre échantillon, la stratégie consiste à l'application d'une approche hybride qui combine l'expérimental, les résultats numériques (issus de la modélisation numérique par SolidWorks) et un algorithme neuronal (par l'entremise du logiciel MATLAB).

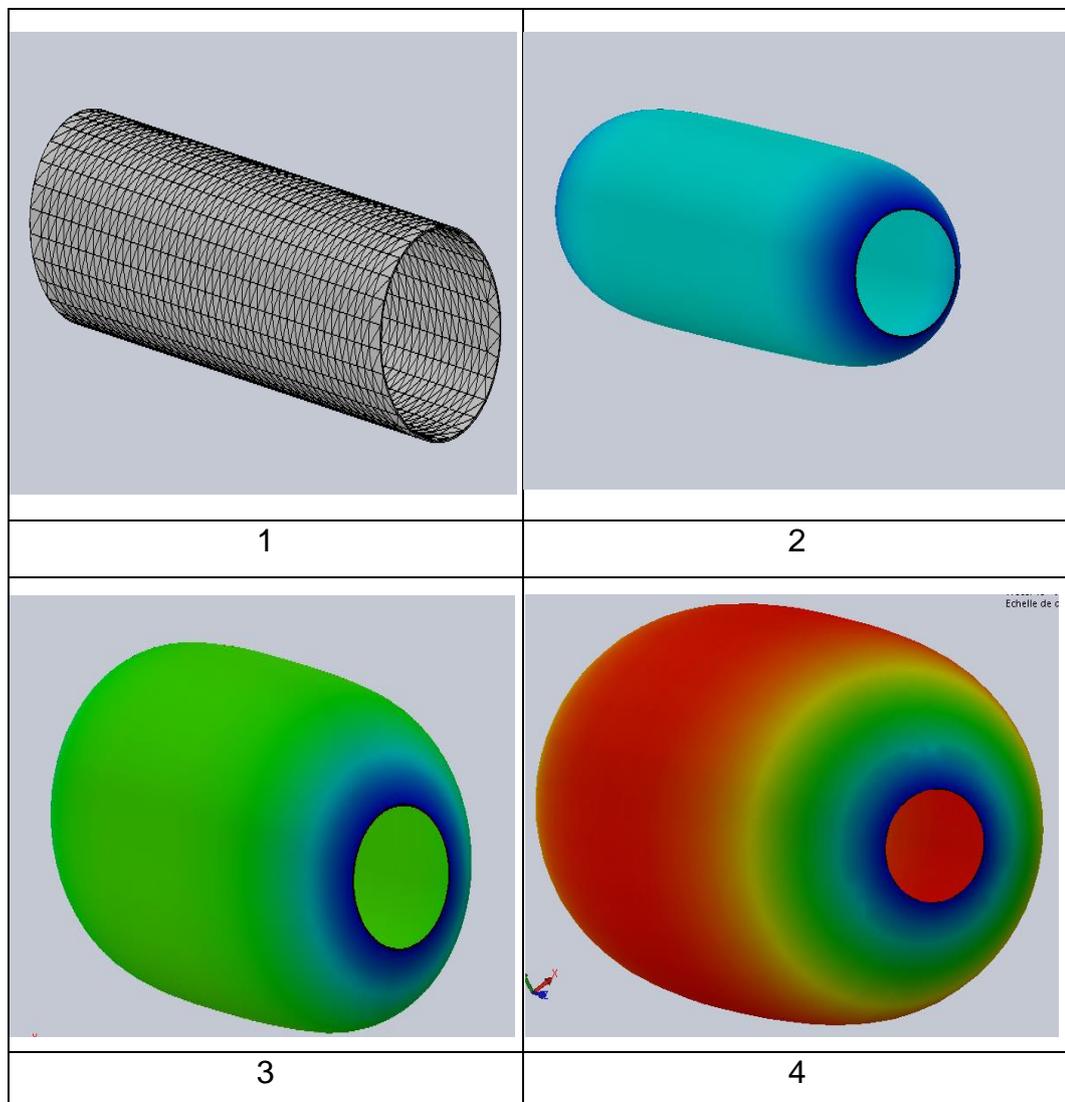


Figure 22 quelques étapes de gonflement

### 4.3 Algorithmes d'identifications en mécanique des matériaux

Dans la littérature on rencontre deux types d'algorithmes pour déterminer les propriétés mécaniques des matériaux :

- Algorithme des moindres carrés de Levenberg (Levenberg, 1944).
- Algorithme des réseaux de neurones (Haykin, 1994).

Les premiers travaux sur les réseaux de neurones ont été publiés en 1940. En général, ses travaux sont inspirés du comportement des réseaux de neurones pour développer, par la suite, des modèles mathématiques (algorithmes) capables de réaliser des fonctions arithmétiques, logiques etc... (Warren McCulloch, 1940). Selon leurs architectures, les réseaux de neurones artificiels constituent une diversité d'algorithmes structurés permettant à adopter des données (théoriques ou pratiques), de les traiter, de les améliorer et d'extraire de l'information (par apprentissage) nécessaire à des prises de décisions (Haykin, 1994).

Tout dépend de la structure des algorithmes on peut s'en servir pour résoudre plusieurs problèmes dans des différents domaines d'applications tel que : traitement d'image, reconnaissance des formes, traitement de signal, commandes numériques de processus, diagnostic, simulation, prévision météorologique etc. (Haykin, 1994).

Contrairement aux méthodes classiques qui utilisent des algorithmes de type moindre carré pour l'identification des propriétés mécaniques non linéaire, dans ce travail on va se servir des algorithmes d'apprentissage neuronal pour déceler les paramètres hyperélastique de la conduite creuse. Pour cela, un apprentissage sera effectué par l'entremise des résultats des simulations numériques vis-à-vis les propriétés mécaniques du matériau. Dans le cas de la méthode de moindre carré, l'approche consiste à minimiser la différence entre les pressions mesurées et les pressions calculées (numérique) pour des matériaux non linéaires. À titre d'exemple,

citons les travaux de (Erchiqui, et al., 2011) dans le cas de matériau viscoélastique et (Erchiqui, et al., 2000) dans le cas hyperélastique. La figure 26 illustre l'organigramme utilisé dans (Erchiqui, et al., 2011) et (Erchiqui, et al., 2000). À cet effet, l'algorithme d'identification de Levenberg-Marquardt modifié a été utilisé pour déceler les paramètres du matériau. Voici la stratégie utilisée :

Une première étape consiste à l'acquisition des valeurs expérimentales : valeurs de pression à chaque instant  $t$  ainsi les valeurs de déplacement ou hauteurs expérimentales ;

Une deuxième étape consiste à effectuer un ensemble de simulations numériques, vis-à-vis des propriétés mécaniques arbitraires. Cette étape permet l'acquisition des pressions calculées (compatibles aux propriétés mécaniques utilisées pour chaque hauteur mesurée).

$$P_c(t_i), i = 1..n \quad (57)$$

Finalement, l'application d'un algorithme de moindres carrés, en minimisant l'écart d'erreur entre les valeurs de pression calculées et mesurées, permet de déterminer les paramètres mécaniques non linéaires compatibles aux pressions mesurées.

Soulignons que l'identification des propriétés mécaniques en grandes déformations des matériaux par la méthode de moindres carrés est très délicate en particulier lorsqu'on s'approche de la valeur optimale de la courbe charge déformation qui engendre des instabilités numériques. Afin de contourner cette difficulté, des modèles de réseaux neuronaux artificiels (RNA) sont utilisés, pour assurer la stabilité et la précision du processus numérique et contourner le problème d'instabilité (Braspenning, et al., 1995) (Hung, 2004) (Zhang, 2003).

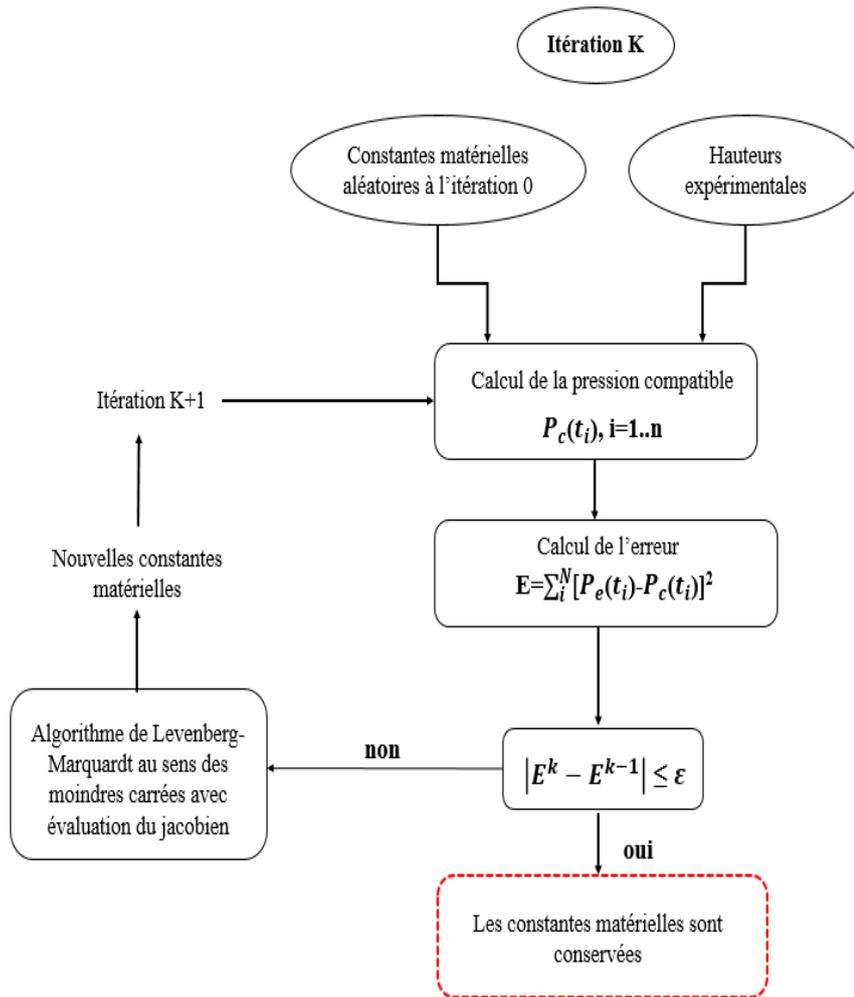


Figure 23 Algorithme modifié de Levenberg

## 4.4 réseaux de neurones

### 4.4.1 Introduction aux techniques des réseaux de neurones

#### 4.4.1.1 Architecture

Inspirés par la fonction complexe du cerveau humain, où des centaines de milliards de neurones interconnectés traitent l'information, des chercheurs ont compris avec un certain succès qu'il est possible de développer des algorithmes pour représenter artificiellement l'information échangée dans un processus donné. Parmi les exemples, citons la traduction de langues et

les logiciels de reconnaissance de formes. Alors que les simulations de la conscience et des humains sont toujours dans le cadre de la science-fiction (Thuijsman, et al., 1995)

Un réseau neuronal artificiel (appelé aussi réseau neuronal) se compose d'une couche d'entrée de neurones (ou nœuds, unités), d'une ou plusieurs couches cachées de neurones et d'une couche finale de neurones de sortie. Tel qu'il est illustré dans la figure ci-dessous sur une architecture typique, où les lignes reliant les neurones sont également représentées.

D'une manière plus précise, un simple neurone, peut être caractérisé par une fonction d'activation de transfert de l'information ( $\sigma$ ) et un niveau de seuil d'activation ( $\theta$ ). Le neurone peut alors se présenter structuralement par la figure suivante (Abraham, 2005) :

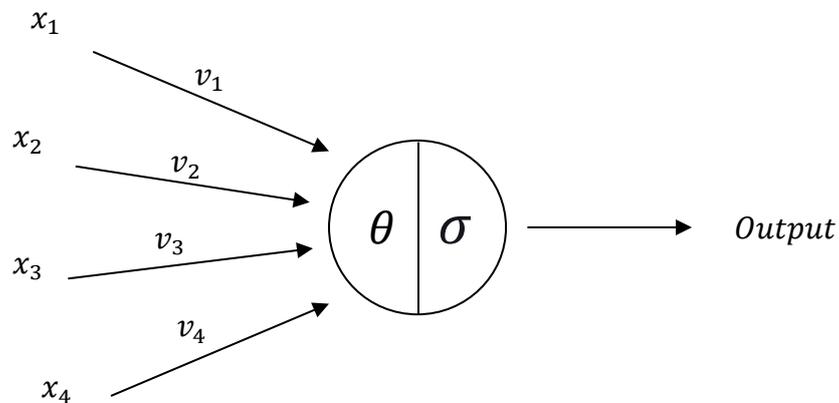


Figure 24 Architecture d'un neurone artificiel

$\sigma$  : est appelé fonction d'activation de transfert

$\theta$  : est le niveau de seuil d'activation

Le flux de signaux provenant des entrées et des sorties, pour un neurone, est considéré être unidirectionnel (tel que spécifié par des flèches de la figure ci-dessus).

Mathématiquement un neurone peut être présenté comme une sommation des flux d'informations qui améliore l'activation du transfert :

$$O: Output = \sigma(net) = \sigma\left(\sum_{j=1}^N V_j x_j\right) \quad (58)$$

L'architecture de base consiste en trois types de couches de neurones : couches d'entrée, couches cachées et couches de sortie. Dans les réseaux le flux de signaux se transfère des unités d'entrée aux unités de sortie, strictement dans le sens de l'avance. Le traitement des données peut s'étendre sur plusieurs unités, mais sans y avoir de rétroaction.

Dans certains cas, les valeurs d'activation des unités subissent un processus de relaxation tel que le réseau évolue vers un état stable dans lequel ces activations ne changent plus. Dans plusieurs applications, les changements des valeurs d'activation des neurones de sortie sont significatifs, de telle sorte que le comportement dynamique constitue la sortie du réseau. Figure 25, présente une schématisation de l'architecture du réseau de neurone.

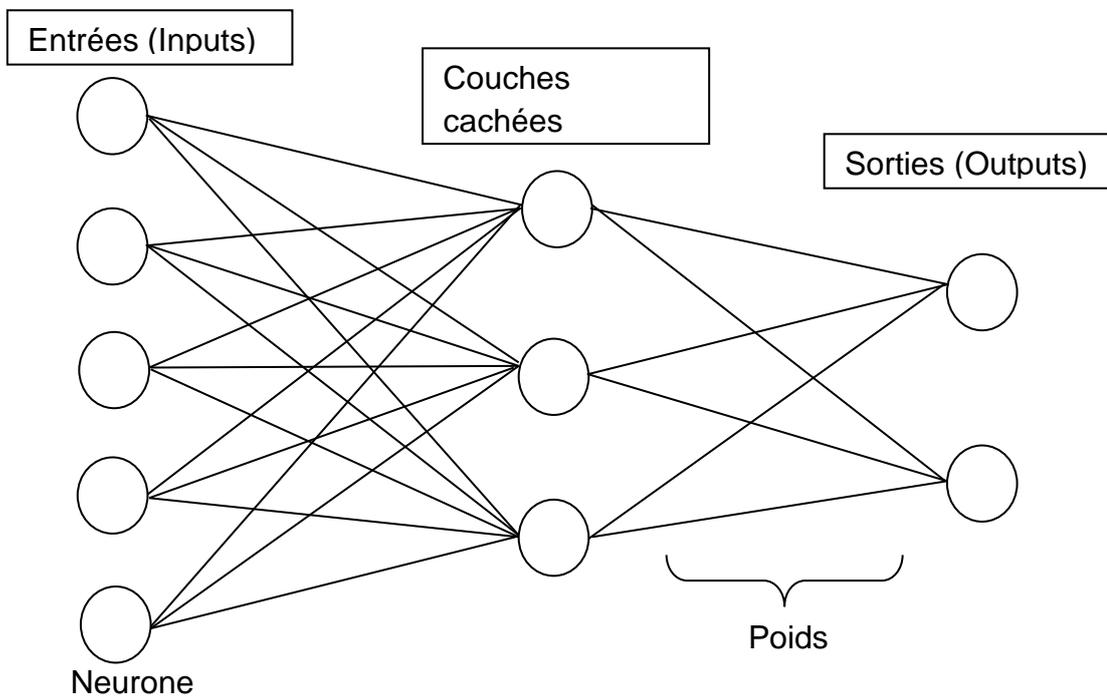


Figure 25 Architectures RNA

#### 4.4.1.2 Fonction d'activation

La fonction d'activation non linéaire est l'une des composantes importantes de la conception des RNA. Cette fonction est utilisée à la sortie de chaque neurone. Aussi, à chaque connexion du réseau est associée à un nombre numérique appelé poids. D'un point de vue général la sortie (Output),  $h_i$ , du neurone  $i$  de la couche cachée :

$$h_i = \sigma \left( \sum_{j=1}^N V_{ij} x_j + T_i^{hid} \right) \quad (59)$$

Avec,

$N$  : le nombre des neurones à l'entrée

$V_{ij}$  : le poids ou les valeurs variables

$x_i$  : les entrées aux neurones d'entrée

$T_i^{hid}$  : le seuil des termes des neurones cachés

La manifestation de la fonction d'activation dans la fonction présentée précédemment se résume sous deux grandes lignes : Principalement c'est pour introduire la non-linéarité dans le réseau neuronal, par la suite c'est dans le but de limiter la valeur du neurone afin que le réseau neuronal ne soit pas paralysé par des neurones divergents. (Wang, 2003)

Un exemple courant de fonction d'activation appelé Sigmoid est présenté comme suit :

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \quad (60)$$

D'autres fonctions d'activation possibles tels que la tangente d'arc et la tangente hyperbolique (Siddharth , et al., 2020). Elles ont une réponse aux entrées similaire à celle de la fonction sigmoïde, mais différent dans les plages de sortie. Plusieurs recherches ont démontré qu'un réseau de neurones construit d'une façon semblable à celle présentée ci-dessus est capable d'approximer toute fonction calculable avec une précision arbitraire (Adenilson , et al., 2010).

Les fonctions d'activation les plus couramment utilisées sont les fonctions sigmoïdes et tangente hyperbolique (voir figure 26).

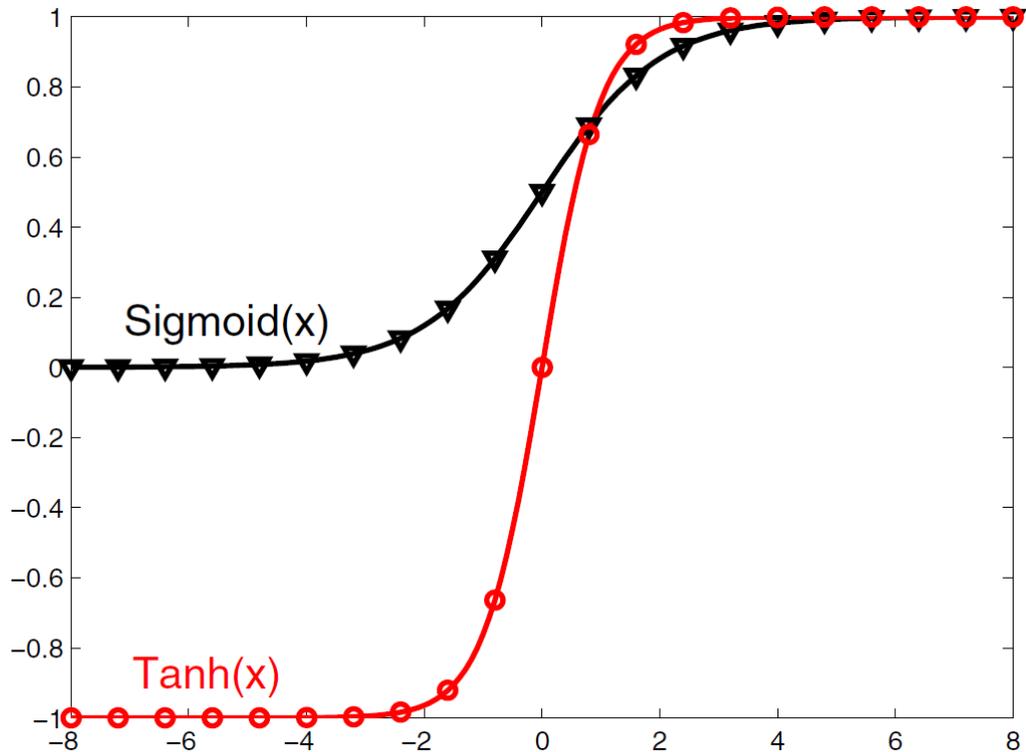


Figure 26 Fonction d'activation

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (61)$$

Les approximations non linéaires permettent d'obtenir une excellente approximation (une approximation ayant une faible erreur) mais ce sont le type d'approximation le plus lent, car elles utilisent généralement des multiplicateurs dans leurs architectures. (Namin, et al., 2009)

Les réseaux de neurones artificiels RNA sont utilisés pour une large gamme d'applications, notamment la conception de filtres, la reconnaissance de formes l'identification de systèmes non linéaires, le contrôle de systèmes et l'approximation de fonctions (Thuijsman, et al., 1995).

Les données aux neurones d'entrée sont des variables indépendantes et ceux renvoyés par les neurones de sortie sont des variables dépendantes de la fonction approchée par le réseau neuronal.

Pour un réseau neuronal, les entrées et les sorties peuvent être de types binaires (exemple 0 ou 1 / oui ou non) ou sous forme de symboles (orange, bleu etc...), lorsque les données sont appropriées. Lorsque les données sont convenablement codées de manière appropriée, ce type de caractéristique garantit un large domaine d'applications dédié pour les réseaux neuronaux.

La fonction de transfert peut se présenter sous plusieurs écritures, le plus souvent utilisée dans la littérature sont celle de type tangente hyperbolique, permettant la modélisation des fonctions de transfert d'un neurone :

$$\sigma(x) = \tanh g(x) = \left( \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} \right) \quad (62)$$

Cette fonction ayant comme propriétés :

- Fonction asymétrique  $\sigma(-x) = -\sigma(x)$
- La variation de la fonction est limitée dans la plage de l'intervalle  $[-1, 1]$
- Son dérivé se présente comme suit :

$$\sigma'(x) = (1 - \tanh^2(x)) = (1 - \sigma(x))(1 + \sigma(x))$$

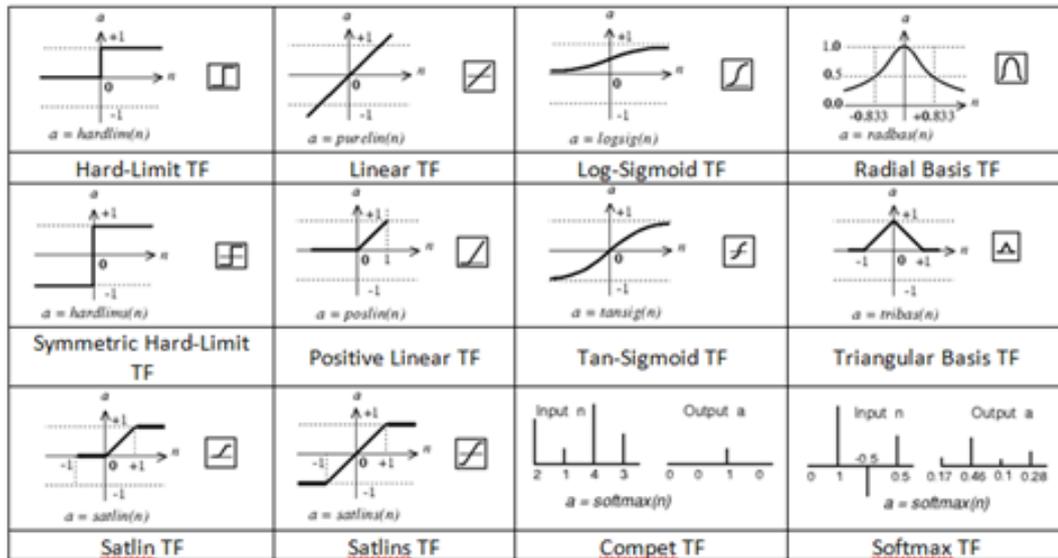


Figure 27 Différentes fonctions de transfert

Les réseaux de neurones se composent d'éléments ou de nœuds de traitement où chaque nœud est composé de deux parties : une partie linéaire et une partie non-linéaire. La partie linéaire du nœud produit une somme pondérée de ses entrées. Ainsi, si un nœud a  $N$  entrées, la partie linéaire transforme un vecteur d'entrée  $\{x_1, x_2 \dots x_N\}$  en une combinaison linéaire  $h_i$ , donnée par :

$$h_i = \left( \sum_{j=1}^N V_{ij} x_j + T_i^{hid} \right) \quad (63)$$

Les poids et les seuils déterminent le comportement de chaque nœud. Après la formation de  $h_i$ , une fonction d'activation non linéaire  $\sigma$  sera appliquée dans le but de produire une sortie (*Output*), qui est une fonction non linéaire des entrées nodales.

$$\text{Output} = \sigma h_i$$

La tangente hyperbolique est un choix fréquent pour la fonction  $\sigma$ . Cependant, toute fonction non linéaire  $\sigma(x)$  qui est continue, monotone et

finie pour  $x \in (-\infty, \infty)$  peut-être utilisé. Plusieurs études ont examiné une diversité de fonctions d'activation et n'ont trouvé aucune différence significative dans les performances du réseau. Chaque configuration de nœuds crée une architecture ou une topologie particulière de réseau de neurones. (Breaker, et al., 1995)

#### *4.4.1.3 Algorithme de rétropropagation*

Un réseau de neurone est principalement caractérisé par son architecture, sa fonction de transfert et le modèle d'apprentissage. Dans la littérature on rencontre plusieurs algorithmes de réseaux de neurones dont rétropropagation (back-propagation) largement utilisé dans des applications de prédiction et de classification (Soltani & Yazdanpanah, 2009).

Le réseau de rétropropagation a été initialement introduit par Werbos en 1974, et, ensuite, d'une manière indépendante par Parker au milieu des années 1980. Toutefois, pour une meilleure prédiction, cet algorithme est confronté au choix de la sélection de la fonction d'activation sigmoïdale, bien qu'il soit maintenant connu que d'autres fonctions d'activation peuvent être utilisées. Le choix initial de la fonction d'activation sigmoïde pour rétropropagation a été fait par (Ronald, 1985), sur la base de son étude minutieuse des fonctions d'activation.

Dans le cas le plus général, un réseau neuronal possède une structure de traitement de l'information parallèle et distribuée composée d'éléments de traitement (qui peuvent posséder une mémoire locale et effectuer des opérations localisées de traitement de l'information) interconnectés entre eux par des canaux de signaux unidirectionnels (connexions). Chaque élément de traitement possède une seule connexion de sortie qui se ramifie en connexions collatérales (chacune transportant le même signal - le signal de sortie de l'élément de traitement). Le signal de sortie de l'élément de traitement peut être représenté par n'importe quel type de fonction mathématique. L'ensemble du traitement qui se déroule dans chaque

élément de traitement doit être complètement local, c'est-à-dire qu'il doit dépendre uniquement des valeurs actuelles des signaux d'entrée qui arrivent à l'élément de traitement par l'intermédiaire de connexions d'impact et des valeurs stockées dans la mémoire locale de l'élément de traitement.

L'importance de reformuler la définition du réseau neuronal tient au fait que les formes traditionnelles de l'architecture de rétropropagation ne sont pas des réseaux neuronaux mais la nouvelle architecture de réseau neuronal à rétropropagation élimine cette objection, tout en conservant la forme mathématique traditionnelle de l'architecture. (Hecht-Nielsen, 1989)

Le fonctionnement des réseaux rétropropagation se fait en deux phases :

1. La propagation de l'activation : qui est impliqué dans la production d'un résultat de sortie.
2. La propagation à rebours de l'erreur : qui est nécessaire à l'apprentissage du réseau.

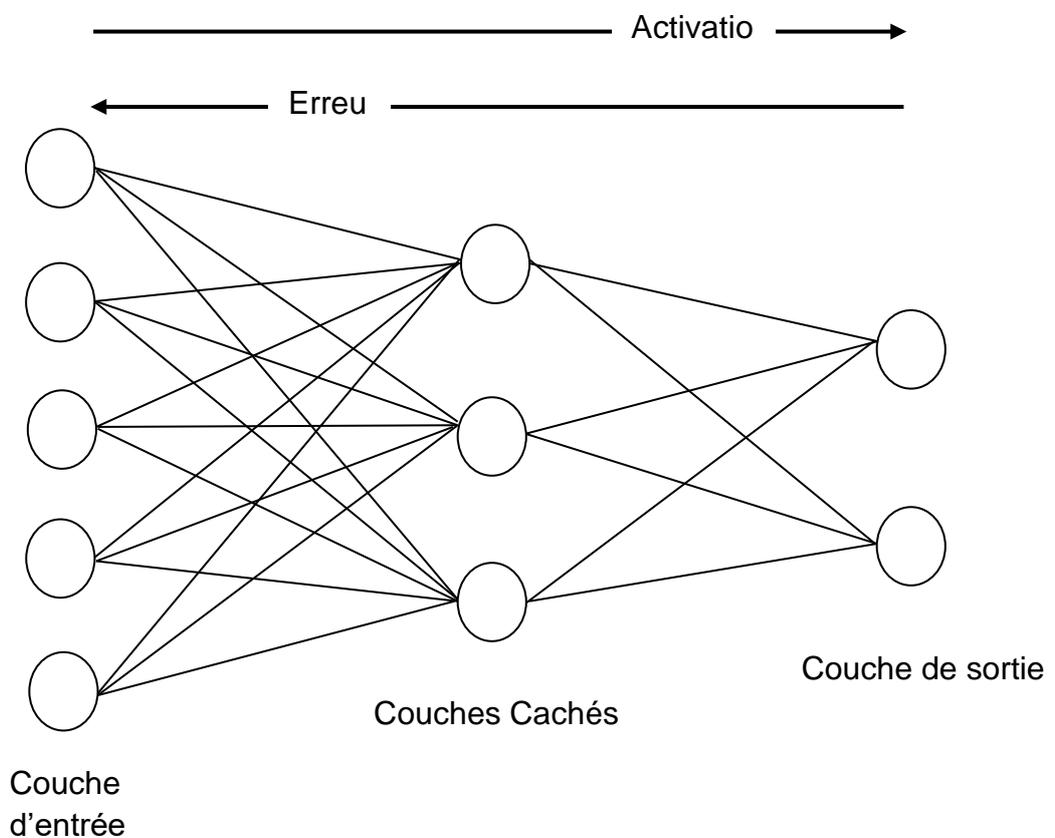


Figure 28 Réseau de rétropropagation entièrement connecté, avec la direction de l'activation et du flux d'erreurs.

Un réseau de rétropropagation utilise une architecture hiérarchique en couches de neurones simples (nœuds) employant un degré élevé de connectivité entre les couches. Seules les connexions entre couches ont été autorisées et aucune connexion à l'intérieur d'une couche ne peut être effectuée.

Comme le présente la figure 31, le diagramme schématisé d'un réseau de type rétropropagation à deux couches utilisant une connectivité totale entre les couches adjacentes. Soulignons que l'algorithme de rétropropagation ne nécessite pas une connexion complète des couches adjacentes. (Wythoff, 1992)

La "couche d'entrée" n'effectue aucun traitement sur ses entrées et sert simplement à les distribuer à la première couche de traitement. Après celle-ci, se trouvent une ou plusieurs "couches cachées", appelées ainsi parce qu'elles ne reçoivent aucune entrée du milieu extérieur et ne produisent aucune sortie vers celui-ci. Ensuite, la "couche de sortie" produit les résultats de sortie du réseau pour l'utilisateur. Le nombre de nœuds d'entrée est fixé par le nombre de variables d'entrée fournies pour la tâche, et le nombre de nœuds de sortie est fixé par le nombre de valeurs souhaitées. Chaque nœud du réseau reçoit une ou plusieurs entrées des couches précédentes et produit ainsi une valeur de sortie unique qui est diffusée aux autres nœuds des couches suivantes. Cette valeur est exprimée pour chaque nœud par la fonction d'activation  $h_i$ , et doit être comprise comme s'appliquant à l'ensemble du réseau. Ensuite on passe à la détermination de la sortie du nœud qui est réalisée en faisant passer l'entrée nette du nœud à travers sa fonction de transfert.

Dans un réseau utilisant des nœuds sigmoïdaux, on peut considérer que chaque couche de  $m$  nœuds recevant  $n$  entrées effectue individuellement une projection non linéaire des données d'un espace d'entrée à  $n$  dimensions vers un espace de sortie à  $m$  dimensions. Si  $m$  est inférieur à  $n$ , on peut considérer qu'une réduction des données est effectuée par une telle couche. Le réseau apprend en positionnant, en orientant et en "inclinant" les régions actives de ses sigmoïdes dans l'espace d'entrée de chaque couche, de manière à se rapprocher de la cartographie globale souhaitée.

#### *4.4.1.4 Apprentissage*

Dans cette section, nous soulignons une des étapes les plus importantes pour l'exécution et l'utilisation des réseaux neuronaux, dite apprentissage, d'une façon similaire à l'apprentissage humain. Le réseau de neurone nécessite une phase d'apprentissage.

Un réseau neuronal est entraîné en lui présentant un ensemble de données d'entrée appelé ensemble d'entraînement. Les sorties souhaitées des données d'entraînement sont connues de sorte que l'objectif de l'entraînement est de minimiser, en ajustant les poids entre les neurones connectés, une fonction d'erreur qui est normalement la somme des différences au carré entre les sorties du réseau neuronal et les sorties souhaitées (Philip Plumb, et al., 2005).

Si nous expérimentons des architectures des réseaux neuronaux, un ensemble de données indépendant appelé ensemble de validation peut être appliqué aux réseaux neuronaux entraînés. Cela garantit un meilleur choix des résultats sur l'ensemble des valeurs entrées et sorties (résultats) pour des exécutions déjà connues, ce qui permettra au réseau d'avoir une idée sur la convergence des compilations.

Dans ces travaux Herbert Gish a étudié les critères d'apprentissage de la théorie de l'information tels que l'information mutuelle maximale et la mesure de Kullback-Liebler. Ceci lui permet de démontrer que la formation d'un réseau neuronal à l'aide d'un critère d'erreur quadratique moyenne donne des sorties de réseau qui se rapprochent des probabilités de classe postérieures.

Il existe dans la littérature trois différents types d'apprentissage pour les réseaux de neurones :

- Apprentissage supervisé
- Apprentissage non supervisé
- Apprentissage semi-supervisé

De façon générale on décrit le fonctionnement de l'apprentissage comme suit : les valeurs de sortie sont comparées à la cible pour calculer la valeur d'une fonction d'erreur prédéfinie, l'erreur est ensuite renvoyée à travers le réseau. En utilisant cette information, l'algorithme ajuste les poids de

chaque connexion afin de réduire la valeur de la fonction d'erreur. C'est au niveau de l'ajustement des poids que la théorie de supervision entre en vigueur.

Après avoir répété ce processus pendant un nombre suffisamment important de cycles d'apprentissage, le réseau converge généralement.

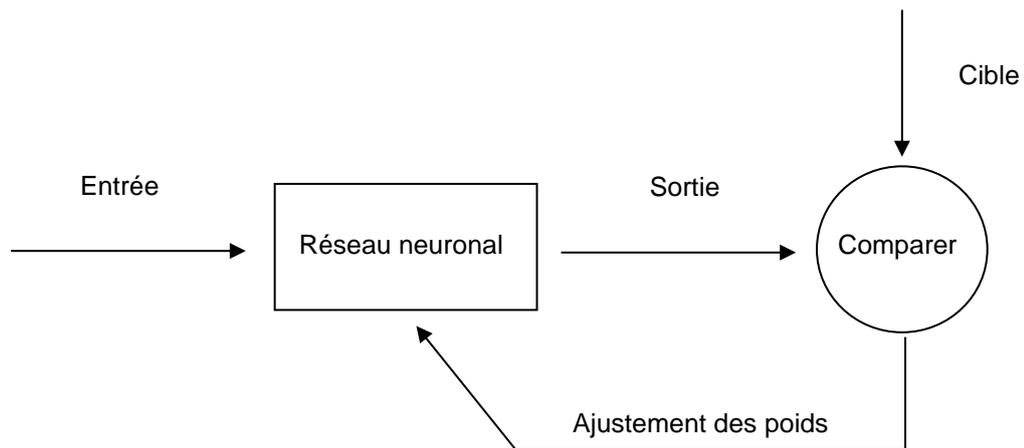


Figure 29 Principe d'apprentissage

- Apprentissage supervisé

Les réseaux neuronaux sont adaptés aux données par des algorithmes d'apprentissage au cours d'un processus de formation. Le réseau neuronal se concentre sur les algorithmes d'apprentissage supervisé, ces algorithmes d'apprentissage sont caractérisés par l'utilisation d'une sortie donnée qui est comparée à la sortie prédite et par l'adaptation de tous les paramètres en fonction de cette comparaison, les paramètres d'un réseau neuronal sont ses poids. Tous les poids sont généralement initialisés avec des valeurs aléatoires tirées d'une distribution normale standard.

Au cours d'un processus d'apprentissage supervisé, les étapes suivantes sont répétées :

- i) Le réseau neuronal calcule une sortie  $O(x)$  pour des entrées  $x$  et des poids  $V$  donnés. Si le processus de formation n'est pas encore terminé, la sortie prédite  $O'$  sera différente de la sortie observée  $O$ .
- i) Une fonction d'erreur  $E$ , mesure la différence entre la sortie prédite et observée.
- i) Tous les poids sont adaptés selon la règle d'un algorithme d'apprentissage.

Le processus s'arrête ensuite si un critère prédéfini est rempli.

- Apprentissage non supervisé

Dans l'apprentissage non supervisé, les données utilisées à des fins d'apprentissage ne contiennent pas d'informations sur la sortie correcte le réseau doit donc apprendre seul à classer chacun des vecteurs d'entrée.

L'une des approches d'apprentissage populaires de l'apprentissage non supervisé est la loi d'apprentissage attribuée à Kohonen et appelée loi d'apprentissage de Kohonen. (Sundar, et al., 1994) Cette approche est plus cohérente avec les techniques traditionnelles de regroupement.

D'une façon générale l'apprentissage non supervisé indique comment un réseau peut apprendre à signifier certains modèles d'entrée d'une manière qui reproduit l'arrangement numérique de l'ensemble des modèles d'entrée. Il s'agit d'une charge d'apprentissage automatique qui consiste à supposer une fonction pour définir la structure cachée à partir des données non étiquetées. Un grand nombre de données et de caractéristiques de chaque observation sont fournies en entrée mais pas avec la sortie souhaitée. L'apprentissage non supervisé est généralement utilisé pour séparer les informations en deux ensembles ou groupes sur la base de certaines

caractéristiques inhérentes aux images comme la couleur, la taille, la forme, etc.

Un groupe de modèles ou de données d'apprentissage est fourni au système à l'étape de la couche d'entrée, les poids d'association du réseau sont accordés sur une sorte de rivalité entre les nœuds de la couche de sortie où le nœud ayant la valeur la plus élevée sera retenu, L'apprentissage non supervisé est principalement utile pour les algorithmes de regroupement et d'association.

L'objectif principal de l'apprentissage non supervisé est de trouver simplement la structure probable inhérente aux données d'entrée. Le neurone accepte une entrée provenant d'autres unités, ou d'une autre source. À chaque entrée est associé un poids  $V$  qui peut être amélioré pour modéliser le poids synaptique. L'unité calcule la fonction  $\sigma$  qui est la somme pondérée des entrées. La sortie servira ensuite d'entrée à d'autres entités. La couche primaire possède des neurones d'entrée qui agissent comme une entrée pour le système et qui envoient des informations à la deuxième couche de neurones pour une plus grande indulgence. En passant à la deuxième couche, les neurones dynamiques produisent les résultats en appliquant des fonctions d'activation. Les systèmes plus complexes comportent des couches supplémentaires de neurones avec des couches plus importantes de neurones d'entrée et de neurones de sortie. (Ugochi, et al., 2018)

- Apprentissage semi-supervisé

Ce type de réseau, est configuré pour ne pas subir des paramètres agissants sur la valeur des neurones de sorties, ce qui donne un système quantitatif de résolution en attribuant : vrai ou faux, aussi 0 ou 1...

Ce type d'Apprentissage figure très souvent pour des travaux de programmation dynamique tel qu'effectué dans les travaux de (Kalaba, 1957).

#### 4.4.1.5 Poids de pondération

La combinaison d'une architecture et d'un bon poids déterminera le résultat d'un neurone qui sera propagé dans le réseau neuronal jusqu'à ce qu'il donne la sortie du RNA. La détermination du modèle sera vue à partir de la plus grande précision de prédiction avec les règles du nombre de neurones, de couches cachées et de la fonction d'entraînement utilisée.

La méthode de Nguyen-Widrow (Candiasa, et al., 2020) est un exemple parmi les méthodes utilisées pour effectuer une initialisation de la pondération afin d'augmenter la précision des méthodes de réseaux neuronaux artificiels. Celle-ci peut être représentée par la formule suivante :

$$\|v_{ij} (initial)\| = \sqrt{v_j^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2} \quad (64)$$

Ainsi que les nouvelles valeurs des poids seront calculées en utilisant la formule suivante :

$$v_{ij} = \frac{\beta v_{ij} (initial)}{\|v_j\|} \quad (65)$$

Avec :

N : nombre d'unités d'entrée

P : nombre d'unités cachées

$\beta$  : facteur d'échelle =  $0.7 (p)^{1/n} = 0.7^n \sqrt{p}$

Pour chaque couche cachée : ( $j = 1, \dots, p$ )

Pour  $i = 1, \dots, n$

$v_{ij} (initial) = -0.5 < \dots < 0.5$

Durant l'apprentissage la structure du réseau subi des ajustements au niveau des valeurs des poids pondérés, ceci est le principal but de l'apprentissage, Ce qui représente l'étape la plus importante permettant l'amélioration des performances du réseau dans le but d'obtenir une meilleure précision.

#### 4.4.2 Identification des paramètres structuraux du matériau

Dans le présent travail, nous considérons les techniques d'identification par réseau de neurones pour prédire les paramètres mécaniques de Mooney-Rivlin du matériau PET. L'architecture du réseau multicouche sera basée sur la méthodologie de rétropropagation en utilisant ainsi la fonction de transfert sigmoïde pour le système des fonctions de transfert et le principe de réduction d'erreur, entre les cibles et les sorties, à l'aide de l'algorithme de Levenberg Marquard.

La structure est composée d'une couche d'entrée, une couche cachée, et une couche de sortie. Au niveau de l'entrée, la couche est composée de 17 neurones dont chacune recevra une des composantes des vecteurs d'entrée. Notre structure de réseau est entraînée par un ensemble de 42 couples de vecteurs d'entrée. Les données d'entrées sont les résultats des simulations numériques relatives à chacune des valeurs de paramètres mécaniques différentes.

Une fois l'apprentissage est réalisé, le programme sera en mesure de fournir les résultats optimaux de sorties pour chaque vecteur d'entrée. Les vecteurs utilisés pour la base de données entrée sont les valeurs de déplacement progressives que subi un point de la structure du matériau sous l'application d'une pression interne variable croissante va jusqu'à la limite de gonflement.

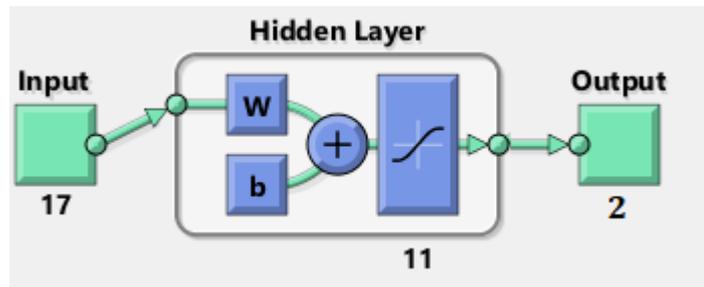


Figure 30 Schéma structurel du réseau

Les paramétrages des itérations de calcul du réseau ont été déterminés après avoir effectué plusieurs tests dans le but d'identifier les paramètres optimaux ayant la meilleure précision, en faisant varier les critères d'arrêt et le nombre d'ébauches.

Dans la section suivante, voir figure 31, on présente la précision de l'apprentissage de notre réseau de neurones. On constate qu'après plusieurs tentatives, on a réussi à trouver les meilleurs paramètres qui convergent avec le résultat d'apprentissage désiré.

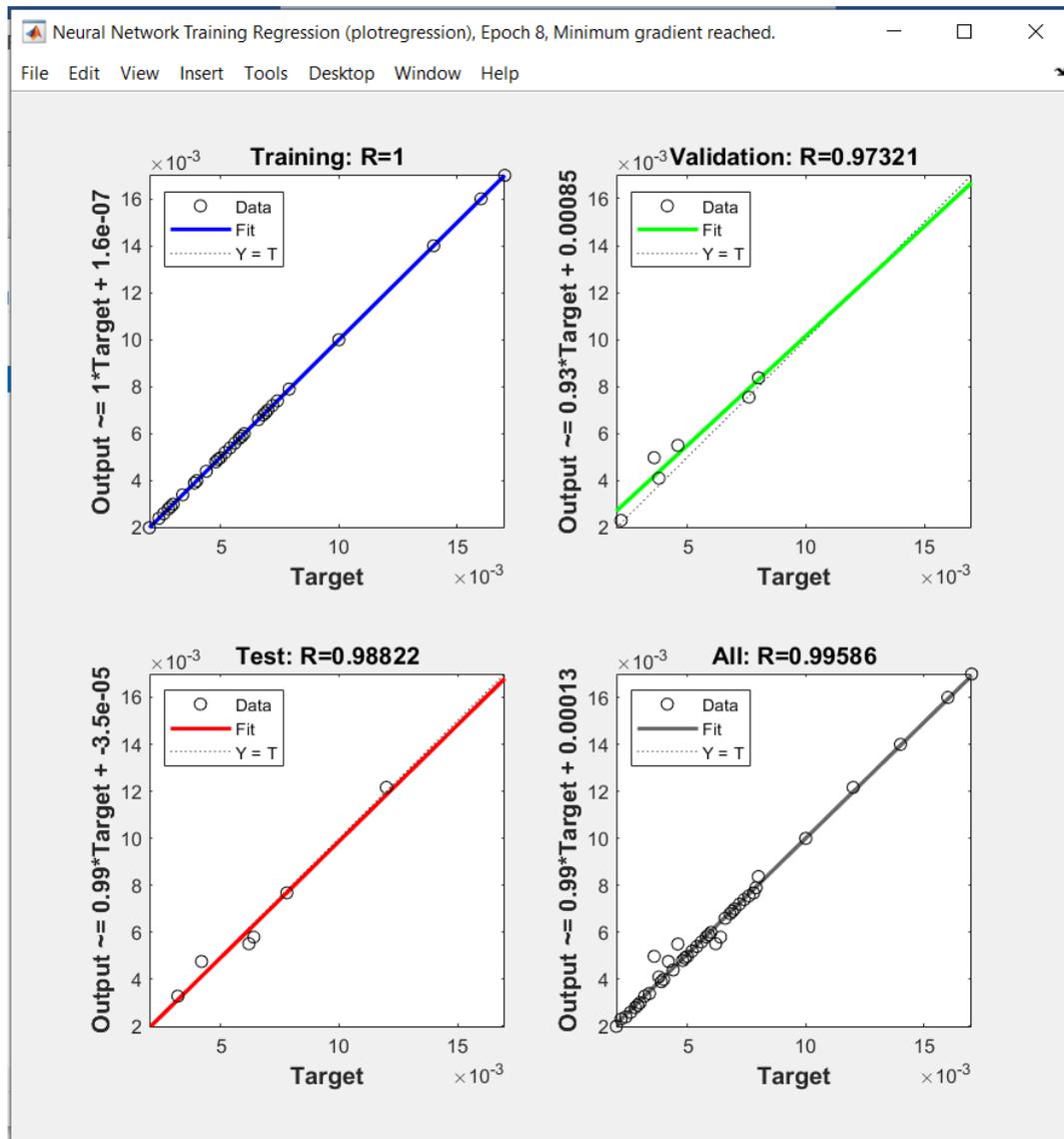


Figure 31 Validation de l'apprentissage

Les instructions de paramétrage et d'entraînement du réseau ont été faites à travers la bibliothèque du logiciel MATLAB. L'interface de commande de cette bibliothèque peut être appelée grâce à la commande "NNTOOL". Certains paramètres ont été choisis comme suit, critère d'arrêt avec un gradient égal à  $1 \times 10^{-20}$ , nombre d'ébauches égales à 8. Un module a été établi pour simplifier les étapes et itération de l'algorithme. Ce module (raccourci) se présente par l'algorithme présenté dans l'annexe 1.

Le tableau ici-bas, donne les paramètres mécaniques obtenus par l'approche proposée.

Paramètres mécaniques du PET	
C1=0.00023 MPa	C2=0.0081 MPa

Tableau 2 Paramètres mécaniques du PET

La figure35 fournie un schéma comparatif des résultats expérimentales et les résultats obtenus par la technique d'identification du réseau de neurones. Les résultats obtenus montrent la qualité des résultats obtenus.

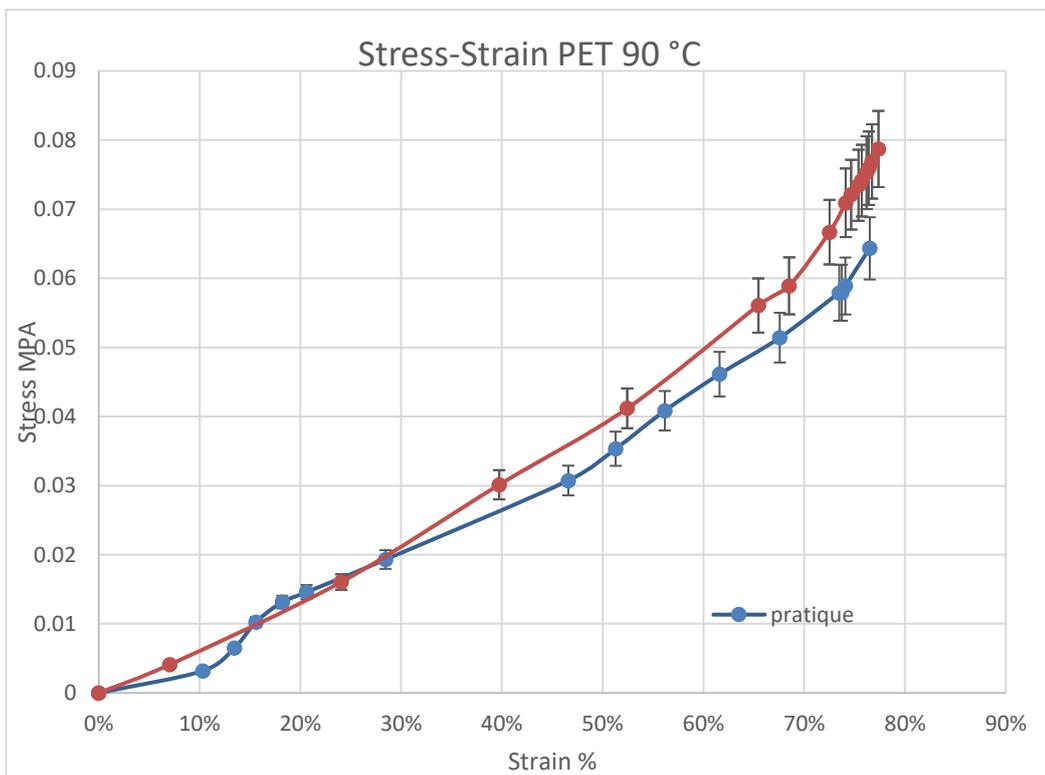


Figure 32 Comparaison des résultats

Après l'extraction des paramètres mécaniques du matériau en utilisant l'algorithme approprié, nous les avons utilisés dans une simulation numérique à l'aide du logiciel SolidWorks, tout en gardant les mêmes conditions lors des expérimentations, même dimensions, températures, pression, conditions aux limites.

Le résultat de simulation numérique, en considérant le modèle de comportement de Mooney-Rivlin avec les paramètres mécaniques  $C_1$  et  $C_2$  étant identifiés précédemment, est présenté dans la figure illustrée ci-dessus, comme courbe d'identification. En comparant les deux courbes des résultats relatifs à l'évolution de la pression appliquée à la surface intérieure du tube en fonction de l'allongement de la moyenne des essais pratiques et de la théorie nous pouvons constater la qualité des paramètres calculés numériquement. Ceci confirme ainsi l'adaptation du comportement hyperélastique du matériau au modèle de Mooney-Rivlin.

L'écart entre la théorie et l'expérience peut avoir plusieurs origines. La plus restrictive est que la présente simulation est basée sur l'hypothèse de la membrane, selon laquelle les moments de flexion sont négligés. On s'attend donc à ce que l'écart soit le plus important aux extrémités du cylindre et dans les régions où la forme présente des angles aigus, où les moments de flexion ne sont pas négligeables, nous soulignons ainsi que dans la plupart des cas de résolution des problèmes non linéaires quasi statiques le système d'équation diverge.

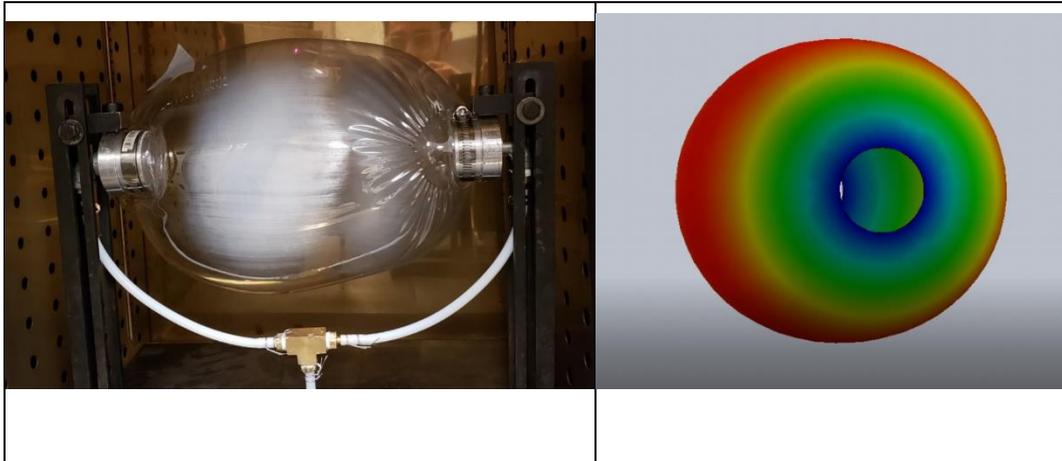


Figure 33 Comparaison soufflage libre entre pratique et théorique

## CHAPITRE 5: CONCLUSION

Dans cette mémoire, nous avons traité le problème inverse d'identification des paramètres mécaniques associés au modèle de comportement hyperélastique de Mooney-Rivlin, pour une conduite cylindrique mince en soufflage libre. Le matériau est un matériau thermoplastique de type polyéthylène téréphtalate (PET). Pour ce problème d'identification, nous avons considéré une méthode basée sur une approche hybride, qui combine des outils numériques (simulation de soufflage libre d'une conduite cylindrique creuse à l'aide de SolidWorks), d'intelligence artificielle (réseaux de neurones) et expérimentaux (pressions, déplacements, températures). Pour la caractérisation expérimentale, nous avons utilisé la technique de soufflage libre de cylindre mince et creuse (mode bi axial des déformations). Comme application des réseaux de neurones, nous avons considéré l'algorithme de la rétropropagation de l'erreur.

À partir de la comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus à l'aide des réseaux de neurones, nous pouvons affirmer que nos résultats d'identification sont satisfaisants.

Les résultats obtenus, montre que le modèle de comportement de Mooney-Rivlin, dans une certaine mesure, peut être considéré pour la modélisation de soufflage libre de membranes et conduites minces en PET (par exemple des applications en thermoformage et en soufflage). Toutefois, pour une amélioration des résultats de prédiction, le caractère viscoélastique de PET, à la température de mise en forme, doit être considéré.

Du point de vue numérique, la convergence de la simulation de soufflage libre de la conduite cylindrique, qui est nécessaire pour la phase d'apprentissage associée à la méthode des réseaux de neurones, est très sensible aux choix des paramètres mécaniques utilisés dans la loi de comportement de Mooney-Rivlin. Un choix judicieux s'impose.

L'avantage d'utilisation d'un algorithme de réseaux de neurones réside dans sa simplicité pour une mise en application et le faible coût en temps de calcul pour l'estimation des deux paramètres associés à la loi de Mooney-Rivlin. Dans le cas où le nombre de paramètres dépasse deux, puisqu'il faut générer un grand nombre de simulations pour la phase d'apprentissage associée à la méthode des réseaux de neurones, la technique des réseaux de neurones peut s'avérer très lourde en termes de temps de calcul.

À titre de conclusion, la technique des réseaux de neurones s'est avérée une méthode satisfaisante pour traiter le problème d'identification des deux paramètres associés à la loi de comportement de Mooney-Rivlin pour la conduite cylindrique mince en PET malgré la présence de forte non-linéarité dans le modèle étudié.

#### Perspectives et recommandation

Dans le cas des matériaux thermoplastique, il sera opportun de travailler sur des modèles de comportement viscoélastiques plus robuste tels K-BKZ, Christensen etc. Aussi, il sera opportun de développer des méthodes numériques robustes pour la résolution des équations de gonflement libre de conduites cylindriques creuses et minces en fonction de la pression et de la température. Aussi, il sera constructif d'analyser l'efficacité des algorithmes des réseaux de neurones et le nombre de paramètres associé à la loi de comportement sur le temps et la qualité de l'estimation des paramètres recherchés.

À la suite de cette étude, pour les problèmes d'identification en mécanique non linéaire, nous recommandons l'utilisation des algorithmes des réseaux de neurones seulement dans le cas où le modèle de comportement considéré ne fait intervenir qu'un très petit nombre de paramètres. Dans le cas contraire, cette technique peut s'avérer très lourde, en temps de calcul.

## Bibliographies

Abraham, A., 2005. Artificial Neural Networks. *Handbook of Measuring System Design*, Volume 2.

Adenilson , R. C., Fernando , M. R. & Antonio , A. C., 2010. Metaheuristics for the feedforward artificial neural network (ANN) architecture optimization problem. *Neural Computing and Applications volume*, Volume 20, p. 1273–1284.

Adkins, G., 1971. Large Elastic Deformations. *Physics Today*, Volume 24, p. 57.

Adkins, G., 2012. *Theoretical elasticity*, New York: s.n.

Aimene, Vidal, Hageg & Boisse, 2009. A Hyperelastic Approach for Composite Reinforcement Large Deformation Analysis. *Journal of Composite Materials*.

Almasi , A., Baghani, M. & Moallemi, A., 2017. Thermomechanical Analysis of Hyperelastic Thick-Walled Cylindrical Pressure Vessels, Analytical Solutions and FEM. *International Journal of Mechanical Sciences*.

Balmes, E., 1996. Parametric Families of Reduced Finite Element Models Theory and Applications. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 10, pp. 270-283.

Baquet, E., 2011. *Modélisation thermomécanique visco-hyperélastique du comportement d'un polymère semi-cristallin :application au cas d'une matrice polyamide 6.6*, Paris: l'École nationale supérieure des mines de Paris.

Beatty, 1987. *Topics infinite elasticity: hyperelasticity of rubber, elastomers, and biological tissues*, s.l.: s.n.

Benharbit, M., 2007. *Caractérisation hyperélastique des membranes thermoplastiques par une approche utilisant les réseaux de neurones*, UQAC: s.n.

Benjamin, S. et al., 2020. Material parameter determination for the simulation of hyperelastic bonds in civil engineering considering a novel material model. *International Journal of Adhesion and Adhesives*.

Beomkeun, K., Seong Beom, L., Jayone, L. & Sehyun, C., 2012. A Comparison Among Neo-Hookean Model, Mooney Rivlin Model, and Ogden Model for Chloroprene Rubber. *Internatinal Journal Of Precision Engineering and Manufacturing*.

Braspenning, P., Thuijsman , F. & Weijters, M., 1995. *Artificial Neural Networks: An Introduction to ANN Theory and Practice*. s.l.:s.n.

Breaker, L., Gemmil, W. & Krasnopolsky, V., 1995. A neural network as a nonlinear transfer function model for retrieving surface wind speeds from the special sensor microwave imager. *Journal Of Geophysical Research*, Volume 100, pp. 33-45.

Candiasa, I. M., Gunadi, I. G. & Christyaditama, I. G. P., 2020. Optimization of artificial neural networks to improve accuracy of vocational competence selection of vocational school students using nguyen-widrow. *Journal of Physics: Conference Series*.

Champin, 2007. *Modélisation 3D du chauffage par rayonnement infrarouge et de l'étirage soufflage de corps creux en P.E.T.*, s.l.: Écoles des Mines.

Champin, C., 2008. *Modélisation 3D du chauffage par rayonnement infrarouge et de l'étirage soufflage de corps creux en P.E.T.* s.l.:s.n.

Dal, H., 2018. A Quasi-incompressible and Quasi-inextensible element formulation for Transversely Isotropic Materials. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, pp. 1-25.

Dardenne, J., 2008. génération de maillage tétraédrique adaptatifs de structures anatomique pour la simulation électromagnétique et thermique. *Conférence des Jeunes Chercheurs en Génie Electrique*, 17 décembre, p. 6.

Daubeny, P. & Bunn, R., 1954. The crystal structure of polyethylene terephthalate. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Volume 226, pp. 531-542.

Devries, 1977. Uni- and biaxial orientation of polymer films and sheets.

Erchiqui , F., Derdouri, A. & Bendada, A., 2000. Viscoelastic Behaviour Of Polymer Membranes Under Inflation. *Proceedings of the 13th International Congress on Rheology*.

Erchiqui, F., Derdouri, A. & Laroche, D., 1998. Biaxial Characterization of Softened Polymers. *Polymer Processing Society*, pp. 115-116.

Erchiqui, F., Dituba-Ngoma, G., Ozdemir, Z. & Souli, M., 2011. Neural Networks Approach For Characterisation of Viscoelastic Polymers. *The Canadian Journal Of Chemical Engineering*, p. 8.

Erchiqui, F., Imad, A., Slaoui Hsnaoui, F. & Mouloudi, A., 2010. Caractérisation Viscoélastique du Comportement d'une Membrane Thermoplastique et Modélisation Numérique de Thermoformage. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*.

Erchiqui, F. & Laroche, D., 1997. 3D Modelling of the Blow Moulding Process. *Industrial Materials Institute*.

F. Erchiqui, A. D., 2005. Analyse Expérimentale et Numérique du Comportement de Membranes Thermoplastiques en ABS et en HIPS dans le Procédé de Thermoformage. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Volume 83, p. 10.

F. Erchiqui, G. A., 2014. Modélisation du comportement viscoélastique d'une membrane thermoplastique par la méthode des éléments finis. *European Journal of Computational Mechanics*.

Fabrice, S., Rodriguez, V. & Jean-Francois, A., 2019. Analytical models for the inflation of a polymeric tube.

G. Bolzon, R. Vitaliani & Padova, 1993. The Blatz-Ko material model and homogenization. *Archive of Applied Mechanics*, Volume 63, pp. 228-241.

Gadala, M. S., 1992. Alternative methods for the solution of hyperelastic problems with incompressibility. *Computers & Structures*, pp. 1-10.

Germain, P., 1973. *Cours de mécanique des milieux continus*. s.l.:s.n.

Hamani, I., 2016. *Modélisation de L'étape de Chauffage Infrarouge des Biocomposites de Type PET-Chanvre en Thermoformage*. s.l.:s.n.

Haykin, S., 1994. *Neural Networks a Comprehensive Foundation*. Dept. of Information Systems Krakow Academy of Economics Krakow, Poland .

Hecht-Nielsen, R., 1989. Theory of the Backpropagation Neural Network. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, Volume 3, pp. 65-93.

- Hill, R., 1970. *Problems in Mechanics—Deformation of Solid Bodies*. s.l.:s.n.
- Holzapfel, G., 2000. *Nonlinear solid mechanics: a continuum approach for engineering science*. s.l.:s.n.
- Horgan, C. O., 1995. Remarks on Ellipticity For The Generalized Blatz-Ko Constitutive Model for a Compressible Nonlinearly Elastic Solid. *Journal of Elasticity*, Volume 42, pp. 165-176.
- Hung, C. Y. a. S.-W., 2004. Modeling and Optimization of a Plastic Thermoforming Process. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, p. 13.
- Jamali, J., 2014. *Mechanistic Failure Criterion for Unidirectional and Random Fibre polymer composite*, s.l.: s.n.
- Jens Horslund, C. & Henrik, K., 2000. Inflation of polymer melts into elliptic and circular cylinders. *Non-Newtonian Fluid Mech.*
- Kalaba, R., 1957. Dynamic Programming and Statistical Communication Theory. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Volume 43749-751.
- Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares.
- Lipovka, O. & D., 2018. *3rd International Conference on Rheology and Modeling of Materials*.
- Lodge, 1964. *Elastic Liquids*. s.l.:s.n.
- Lorenzi, D., 1991. Finite Element Simulation of Thermoforming and Blow Molding. *Progress in Polymer Processing*, pp. 117-171.
- LUO, Y. M., 2012. *Modélisation thermo-visco-hyperélastique du comportement du PET dans les conditions de vitesse et de température du procédé de soufflage*, s.l.: s.n.
- Marckmann, 2004. *Contribution À l'Étude des Elastomeres et des Membranes soufflées*. s.l.:s.n.
- Marquardt, D. W., 1963. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, p. 11.

Martins, P., Natal, J. & Ferreira AJM, 2006. A comparative study of several material models for prediction of hyperelastic properties: application to siliconerubber and soft tissues. *strain an international journal for experimental mechanics*.

Mooney, M., 1940. A theory of large elastic deformation. *Journal of applied physics*.

Namin, A. H., Karl, L., Majid, A. & Huapeng, W., 2009. Artificial Neural Networks Activation Function HDL Coder. *IEEE*.

Ogden, 1972. Large deformation isotropic elasticity — on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. *School of Mathematics and Physics University of East Anglia, Norwich*.

Ogden, 1973. Combined axial and torsional shear of a tube of incompressible isotropic elastic material. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*.

Ogden, W. & Dorfmann, A., 2005. Nonlinear electroelasticity. *Acta Mechanica*, p. 167–183.

Philip Plumb, A., Raymond , . C. R., Peter, Y. & Martin , B., 2005. Optimisation of the predictive ability of artificial neural network (ANN) models: A comparison of three ANN programs and four classes of training algorithm. *European Journal of Pharmaceutical Sciences*, Volume 25, p. 395–405.

Plastique, R., 2008. *Le thermoformage*. [Online] Available at: <http://www.thermoformage.com/thermoplastiques/le-thermoformage-15>

Poehlein, D. D. J. a. G. W., 1972. A Bubble Inflation Technique for the measurement of viscoelastic propertis in equal biaxial extensional flow.

Rivlin, M., 1958. Some topics in finite elasticity. *Office of Naval Research Contract Nonr*, 11-14 August.

Ronald, W., 1985. Feature Discovery Through Error Correction Learning. May.

S.P. Pearce, Y. F. K. L., 2008. Post-bifurcation analysis of a thin-walled hyperelastic tube under inflation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*.

Sauders , R. & Rivlin , M., n.d. Large elastic deformations of isotropic materials VII. Experiments on the deformation of rubber. *Mathematical Physical and engineering sciences*, p. 1951.

Schmidt, 1975. Biaxial stretching of heat-softened plastic sheets: Experiments and results. *Department of Chemical Engineering University of Colorado Boulder, Colorado*.

Shewchuk, J. R., 1998. Tetrahedral mesh generation by delaunay. SCG 98.

Shinichi , T., Dimitrios , S. & Elton L. G. , D., 2005. Stress–strain behaviour of poly (ethylene terephthalate) (PET) during large plastic deformation by plane strain compression: The relation between stress–strain curve and thermal history, temperature and strain rate. *Original Contribution*, Volume 45, pp. 142-150.

Shinichi, T., Dimitrios, S. & Elton, L. G. D., 2005. Stress–strain behaviour of poly (ethyleneterephthalate) (PET) during large plastic deformation by plane strain compression: The relation between stress–strain curve and thermal history, temperature and strain rate.

Siddharth , S., Simone , S. & Anidhya , A., 2020. Activation Functions in Neural Networks. *International Journal of Engineering Applied Sciences and Technology*, 4(12), pp. 310-316.

Soltani, J. & Yazdanpanah, R., 2009. Robust Backstepping Control of Induction Motor Drives Using Artificial Neural Networks. *IEEE*.

Sundar, B., Martha, C., Jacob, V. & Phillip, L., 1994. A Study Of The Classification Capabilities Of Neural Networks Using Unsupervised Learning. *Psychometrik*, Volume 59, pp. 509-525.

Taylor, R. L., 2010. Isogeometric Analysis of Nearly incompressible Solids. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, Volume 87, p. 273–288.

Tazi, M., 2015. *Valorisation des Scirues de Bois dans des Composites Thermoplastiques (HDPE-Bois): Élaboration, Caractérisation et Modélisation en Soufflage Libre*, s.l.: UQAC.

Thuijsman, F., Braspenning, P. J. & Weijters, . A. J., 1995. *Artificial neural networks: an introduction to ANN theory and practice*. s.l.:s.n.

Treloard, R., 1975. *The Phisics Of Rubber Elasticity*. 3rd ed. Oxford: s.n.

Treolar, 1944. stress-strain data for vulcanized rubber under various types of deformation.

Ugochi, . D., Yimin , Z. & Qingtian, W., 2018. Unsupervised Learning Based On Artificial Neural Network: A Review. *International Conference on Cyborg and Bionic Systems*, 25-27 October, pp. 322-327.

VERRON, E., 1997. *Contribution Expérimentale et numérique aux procédés de Moulage par Soufflage et Thermoformage* , s.l.: École Doctorale Sciences pour L'ingénieur.

Verron, E., 2013. *Modélisation du comportement des structures et des matériaux élastomères*, Université de Nantes: s.n.

Wang, S. C., 2003. *interdisciplinary computing in java programming*. s.l.:s.n.

Warren McCulloch, W. P., 1940. What the Frog's Eye Tells the Frog's Brain. november, p. 12.

Watson, D. F., 1981. Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes. *The Computer Journal*, p. 167–172.

Wineman, A., 1978. Axisymmetric Deformation of Nonlinear Viscoelastic Membranes. *Non Newtonian Fluid Mechanics*, Volume 4, pp. 249-260.

Woo , E. & Ko, T., 1996. Etude de la déformation viscoélastique et plastique du PET amorphe et semi-cristallin autour de la transition vitreuse. *Colloid Polym. Sci.*, Volume 274, pp. 309-315.

Wythoff, B. J., 1992. Backpropagation neural networks A tutorial. *Chemometrics and Intelligent Laboratory System*, Volume 18, pp. 115-155

Zhang, Z. a. K. F., 2003. Artificial Neural Networks Applied to Polymer Composites. *Composites Science and Technology* , p. 16.

## Annexe 1 Module d'exécution RNA

```
clc
clear
load('C:\Users\daabe\Desktop\Mon Projet de
recherche\identification RNA\C.mat')
load('C:\Users\daabe\Desktop\Mon Projet de
recherche\identification RNA\target data.mat')
load('C:\Users\daabe\Desktop\Mon Projet de
recherche\identification RNA\V.mat')
load('C:\Users\daabe\Desktop\Mon Projet de
recherche\identification RNA\vecteurs
entrées.mat')
net1=newff(v,c,[11])
net1.trainParam.goal=1e-7
net1=train(net1,v,c)
View(net1)
```

## Annexe 2 Données utilisées pour l'apprentissage RNA

1	m	0	3.	5.	1	1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	9	1	1
	m		5	8	1.	4.	1.	5.	2.	6.	2.	6.	4.	8.	5.	6.	0	1
			5	1	1	7	5	6	4	2	4	7	7	0	1	5	2.	1.
			6	2	5	9	8	0	5	6	7	1	5	1	7	9	6	9
			8	3	7	4	2	2	9	9	5	1	6		5	5	1	9
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0			0	0	0	0	1	1	1	1	2	3	3	4	5	6	6	7
2			2	3	5	7	1	3	7	9	3	3	9	9	4	3	7	3
				1	8	7	3	5	5	8	8	4	2		4		4	8
	Str	0	1	1	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	7	7	8
	ain	%	2.	8.	0.	6.	5.	9.	5.	8.	2.	8.	1.	5.	6.	8.	9.	1.
	(L-		0	2	0	2	3	6	5	2	0	5	3	0	6	7	7	1
	L0		3	7	3	7	6	1	2	5	3	7	5	0	1	9	8	6
	/	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
	L)																	
	%																	
2	m	0	3.	5.	1	1	2	2	3	3	4	4	4	6	6	7	9	
	m		4	6	0.	4.	0.	4.	1.	4.	0.	4.	9.	0.	5.	5.	6.	
			6	6	8	3	9	7	3	9	8	0	0	0	9	5	8	
			8	6	5	7	0	6	2	6	7	3	4	1	8	5	6	
			4	1	4	1	8	6	6	1		3		5	7	5	7	
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0			0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3		4	5	6	

2			2	3	6	8	1	4	8	0	4	7	0	3	3	1	7	
2			1	3	2	1	9	2	4	8	8	1	7	9	7	5	9	
			2	9														
	Str	0	1	1	2	3	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	0.
	ain	%	1.	7.	9.	5.	4.	8.	4.	7.	1.	2.	5.	9.	1.	4.	8.	0
	(L-		7	8	4	6	5	7	6	3	1	8	3	7	7	4	8	0
	L0		7	9	5	0	7	8	5	5	2	7	5	7	4	0	4	%
	/	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	
	L)																	
	%																	
3	m	0	3.	5.	1	1	2	2	3	3	3	4	4	5	6	7	7	8
	m		3	5	0.	3.	0.	3.	0.	3.	9.	2.	7.	7.	3.	2.	6.	4.
			8	2	5	9	2	9	2	7	3	3	0	4	0	0	8	2
			3	6	6	6	6	6	3	0	3	3	8	6	9	8	3	6
			9	1	4	5	1	4	9	7	1	5	3			8	5	3
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0			0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	4	4	5	5	6
2			2	3	6	8	2	4	9	1	5	8	1	0	4	2	6	3
4			2	5	5	6	5	9	1	6	7		7	2	9	7	9	5
				1														
				9														
	Str	0	1	1	2	3	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7
	ain	%	1.	7.	8.	4.	3.	7.	3.	6.	0.	1.	4.	8.	0.	3.	4.	6.
	(L-		5	5	8	9	8	9	7	4	2	9	4	8	8	4	7	4
	L0		2	3	9	4	0	6	7	5	0	5	2	5	2	9	2	2
	/	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
	L)																	
	%																	

4	m	0	3.	5.	1	1	1	2	2	3	3	4	5					
	m		3	3	0.	3.	9.	3.	9.	2.	7.	9.	6.					
			0	9	2	5	6	1	1	5	8	9	7					
			2	1	8	7	4	9	9	0	5	7	5					
			9	9	5	7	1	4	6	3	5	6						
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.					
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
0			0	0	0	0	1	1	1	2	2	3	4					
2			2	3	6	9	3	5	9	2	6	6	2					
6			3	7	8			5	8	3	5	7	6					
	Str	0	1	1	2	3	4	4	5	5	5	6	6	0.	0.	0.	0.	0.
	ain	%	1.	7.	8.	4.	3.	7.	2.	5.	9.	5.	8.	0	0	0	0	0
	(L-		2	1	3	3	0	1	9	5	2	7	5	0	0	0	0	0
	L0		7	8	5	1	3	5	0	6	8	8	8	%	%	%	%	%
	/	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%					
	L)																	
	%																	
5	m	0	3.	5.	1	1	1	3	3	3	3	4	5	6	7	7	7	
	m		2	2	0.	3.	9.	4.	5.	6.	9.	4.	6.	3.	4.	4.	4.	
			2	6	0	2	0	7	5	7	3	7	8	4	1	2	3	
			5	3	1	0	4	0	2	7	4	9	5	7	6	2	0	
			4	4	8	4	6	3	3	4	9	1	5	9	6	2	6	
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0			0	0	0	0	1	2	2	2	2	3	4	5	6	6	6	
2			2	3	7	9	3	5	6	7	9	4	5	1	1	1	1	
8			4	8	1	3	5	7	4	5	7	5	6	9	6	7	7	
				7														
				2														

	Str ain (L- LO / L) %	0 1 0 4 %	1 6. 8 4 %	1 7. 8 1 %	2 3. 8 1 %	3 3. 6 8 %	4 2. 8 8 %	5 7. 1 7 %	5 7. 4 4 %	5 8. 5 8 %	6 0. 2 1 %	6 3. 2 7 %	6 8. 6 4 %	7 0. 9 4 %	7 4. 0 4 %	7 4. 0 6 %	7 4. 0 8 %	0. 0 0 %
6	m m	0 3. 1 8 7 8	5. 2 0 1 1	9. 8 8 9 2	1 3. 0 2 5 3	1 8. 7 5 5 7	3 4. 0 5 2 7	4 2. 5 2 6 2	4 5. 9 6 4 1	5 1. 4 0 6 1	6 3. 2 6 0 6							
0. 0 0 2 9	Str ess	0 0 0 2 5	0 0 0 3 9 5 5 5	0 0 0 7 3 5	0 0 0 9 5 7	0 0 1 3 6 7	0 0 2 6 6	0 0 3 3 6 7	0 0 3 3 6 7	0 0 4 1 9 3	0 0 5 3 3							
	Str ain (L- LO / L) %	0 1 9 2 %	1 6. 6 7 %	1 7. 5 5 %	2 3. 5 7 %	3 3. 9 7 %	4 1. 1 1 %	5 6. 7 1 %	6 2. 0 6 %	6 3. 8 7 %	6 6. 4 1 %	7 0. 8 7 %	0. 0 0 %	0. 0 0 %	0. 0 0 %	0. 0 0 %	0. 0 0 %	0. 0 0 %
7	m m	0 3. 1 5 1	5. 1 4	9. 7 6	1 2. 8 8	1 8. 4 4	3 3. 4 4	4 1. 6 0	4 5. 0 2	5 0. 1 8	6 1. 1 8	6 8. 0 0	7 8. 0 0	8 3. 3 1	9 1. 6 7	9 6. 1 2	9 6. 2	

				0	2	4	7	2	6	1	9		3	1	1	0	0	7
				2	2	6	4	5	7	3	4		1	6	5	2	5	3
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0			0	0	0	0	1	2	3	3	4	5	5	6	6	6	6	7
3			2	4	7	9	3	6	3	7	2	3	9	7	9	9	9	0
			5	0	4	7	9	3	8		1	5	4	7	3	5	6	7
			3															
			6															
	Str	0	1	1	2	3	4	5	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
	ain	%	0.	6.	7.	3.	1.	6.	1.	3.	5.	0.	2.	5.	6.	7.	8.	8.
	(L-		8	5	3	0	5	2	5	3	9	3	3	0	2	8	8	7
	L0		1	1	0	7	4	5	8	9	2	9	5	0	2	0	1	4
	/		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
	L)																	
	%																	
8	m	0	3.	1	2	3	3	4	5	5	6	7	8	8	8	9	9	1
	m		0	5.	1.	1.	6.	6.	1.	9.	4.	1.	6.	7.	9.	1.	6.	0
			7	9	2	0	6	1	3	7	1	2	9	7	0	6	8	7.
			9	3	8	1	7	4	3	2	9	7	4	7	4	0	4	5
			6	8		9	1	6	8			7		6	1	2		5
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0			0	1	1	2	3	4	4	5	5	6	6	6	6	6	6	5
3			2	2	7	5	0	0	5	3	7	3	8	8	7	6	2	1
2			6	7	1	6	9	1	2	3	4	3	2	1	8	8	9	8
	Str	0	1	3	4	5	5	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	8
	ain	%	0.	8.	5.	4.	8.	3.	6.	9.	1.	3.	6.	7.	7.	7.	8.	0.

	(L- LO / L) %		5 9 %	0 0 %	0 1 %	4 0 %	5 1 %	9 6 %	3 8 %	6 7 %	1 7 %	2 7 %	9 8 %	1 5 %	4 0 %	8 9 %	8 3 %	5 3 %	
9	m m	0	3. 0 1 1 2	1 5. 4 4	2 0. 5 7 2	2 9. 8 6 9	3 5. 2 3 8	4 4. 2 0 2	6 5. 7 1 7	7 6. 9 5 7	8 1. 9 3 3	8 2. 6 2 7							
0. 0 0 3 4	Str ess	0	0. 0 0 2 7	0. 0 1 3 0 4 4	0. 0 1 7 5	0. 0 2 6	0. 0 3 1 2 3	0. 0 4 0 3 4	0. 0 5 9 4	0. 0 6 5 4	0. 0 6 5 5	0. 0 6 5 5							
	Str ain (L- LO / L) %	0	1 0. 3 8 %	3 7. 2 6 %	4 4. 1 7 %	5 3. 4 6 %	5 7. 5 4 %	6 2. 9 6 %	7 1. 6 5 %	7 4. 7 5 %	7 5. 9 1 %	7 6. 0 6 %	0. 0 0 0 %	0. 0 0 0 %	0. 0 0 0 %	0. 0 0 0 %	0. 0 0 0 %	0. 0 0 0 %	
1 0	m m	0	2. 9 4 5 4	4. 7 9 3 3	9. 0 5 3 3	2 2. 8 9 6 3	2 9. 0 6 4 6	3 9. 7 4 4	4 5. 7 1 9	5 5. 5 1 1	6 0. 8 0 3 3	6 9. 3 3 8	7 3. 8 9 8	8 1. 1 9 2	8 5. 0 5 3	9 1. 0 8 7	9 4. 1 9 3	9 8. 9 5 3	

0.0036	Str ess	0	0.0028	0.0044	0.0082	0.0077	0.0078	0.0043	0.0066	0.0056	0.0066	0.0058	0.0066	0.0059	0.0051	0.0055	0.0048
	Str ain (L- L0 / L) %	0%	10.158%	15.83%	25.82%	45.85%	62.04%	63.75%	66.75%	70.05%	72.37%	73.74%	75.39%	77.49%	78.99%	83.79%	91.99%
11	m m	0	2.8822	1.4504	1.2755	1.9741	3.2569	4.4553	4.4993	5.1526	5.5132	6.7523	7.7581	7.7454	7.7538	8.3148	9.2161
0.0038	Str ess	0	0.0029	0.0011	0.0018	0.0036	0.0057	0.0044	0.0052	0.0056	0.0061	0.0056	0.0066	0.0049	0.0044	0.0039	0.0047
	Str ain (L- L0 / L) %	0%	9.98%	3.58%	4.25%	5.56%	5.59%	6.63%	6.61%	6.67%	7.75%	7.73%	7.74%	7.74%	7.51%	7.61%	7.8%

	/			1	4	0	0	5	5	3	5	9	7	5	2	5	8	8
	L)			%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
	%																	
1	m	0	2.	1	1	2	3	3	4	5	6	6	6	7	7			
2	m		8	4.	8.	7.	1.	9.	3.	0.	6.	7.	8.	1.	6.			
			5	2	9	2	9	7	9	7	2	0	3	0	5			
			1	8	3	0	2	2	5	3	4	9	9	3	7			
			5	6	1	9	8	5	1		7	8		6	6			
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.			
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
0			0	1	1	2	3	4	4	5	6	6	6	6	6			
3			2	3	8	6	1	0	5	2	3	3	4	4	2			
9			9	7	2	7	8	4	2	5	6	8	1	4	7			
				3														
				8														
	Str	0	9.	3	4	5	5	6	6	6	7	7	7	7	7	0.	0.	0.
	ain	%	8	5.	2.	1.	5.	0.	2.	6.	1.	2.	2.	3.	4.	0	0	0
	(L-		8	4	1	1	1	4	8	1	8	0	4	2	6	0	0	0
	L0	%	6	3	4	2	4	3	1	1	7	5	1	5	%	%	%	
	/		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%				
	L)																	
	%																	
1	m	0	2.	1	1	2	3	3	4	4	5	5	7					
3	m		8	4.	8.	6.	1.	8.	2.	9.	3.	8.	0.					
			2	0	6	7	3	8	9	5	0	5	9					
			1	6	2	1	1	9	9	6	5	8	8					
			4	9	3	2			3	6	5	5	6					
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.					
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
				1	1	2	3	4	4	5	5	6						

04			03861052506	3884	488	588	584	681	683	689	688	7	0.	0.	0.	0.	0.
	Strain (LLO / L) %	0979%	3511%	4173%	5068%	5433%	5933%	6229%	6591%	6716%	7396%	0.	0.	0.	0.	0.	0.
14	mm	07629	13658	18022	25151	37175	37299	41243	47128	66484	69788	83561	84312	85439	87619	92316	
0042	Stress	0003188	0014068	001876	002319	003413	004048	004418	005188	006191	006629	007215	007555	007909	008455	00881	
	Strain (LLO / L) %	0961%	3493%	4095%	4476%	5397%	5591%	6128%	6448%	7028%	7283%	7737%	7646%	7716%	7837%	7820%	00

15	m m	0	2.7067	1.32459	1.7499	2.4831	2.894	3.572	3.973	4.588	5.24	6.039	6.98	8.17	8.941	9.615	
0044	Str ess	0	0.0031	0.0142	0.0188	0.0271	0.035	0.0441	0.0525	0.061	0.0707	0.0815	0.0934	0.1064	0.1205	0.1357	0.152
	Str ain (L-L0 / L) %	0	9.33%	3.71%	4.87%	4.45%	5.27%	5.62%	6.34%	6.62%	7.1%	7.7%	7.5%	7.6%	7.3%	7.8%	0.0%
16	m m	0	2.6525	1.861	1.993	2.998	2.758	3.473	4.977	5.714	7.108	7.829	8.102	8.7			
0046	Str ess	0	0.003	0.0114	0.0149	0.0237	0.0229	0.0309	0.0435	0.0497	0.0619	0.0694	0.0719	0.077			

	Str ain (L- L0 / L) %	0	9. 2 6 %	3 3 1 0 %	3 9. 4 1 %	3 7. 9 5 %	4 1. 7 5 %	5 6. 8 6 %	5 5. 4 6 %	6 8. 7 3 %	6 3. 2 0 %	7 5. 2 4 %	7 5. 9 6 %	7 7. 0 0 %	0. 0 0 %	0. 0 0 %	0. 0 0 %	
1 7	m m	0	2. 6 0 0 3	1 2. 4 9 5	1 6. 3 9 1	2 3. 1 4 1	2 6. 8 7 5	3 2. 8 8 2	4 6. 9 8 6	5 4. 3 8 1	6 7. 5 8 2	7 5. 2 4 2	7 8. 3 4 3	8 3. 0 4 9	9 2. 6 2 4	9 3. 1 0 4	9 3. 8 1 1	9 5. 2 0 4
0. 0 4 8	Str ess	0	0. 0 0 3 3	0. 0 1 4 6 5	0. 0 1 9 2	0. 0 2 7 3	0. 0 3 1 9	0. 0 3 9 6	0. 0 5 4 7	0. 0 5 8 7	0. 0 5 5 3	0. 0 5 0 3	0. 0 4 9 3	0. 0 4 9 1	0. 0 5 3 1	0. 0 5 3 3	0. 0 5 3 8	0. 0 5 4 5
	Str ain (L- L0 / L) %	0	9. 0 9 %	3 2. 4 6 %	3 8. 6 6 %	4 7. 0 6 %	5 0. 7 9 %	5 5. 8 4 %	6 4. 3 7 %	6 7. 6 6 %	7 2. 2 2 %	7 4. 3 2 %	7 5. 0 7 %	7 6. 1 6 %	7 8. 0 8 %	7 8. 1 7 %	7 8. 3 0 %	7 8. 5 %
1 8	m m	0	2. 5 7	1 2. 3 4	3 0. 4 2	3 6. 2 9	4 5. 9 3	5 1. 3 5	6 0. 5 6	6 5. 3 9	7 3. 8 3	7 8. 5 0	8 5. 8 5	8 8. 3 5	9 3. 6 1	9 6. 1 7	9 9. 7 1	1 0 1.

			4 9	1 6	8 2	2 8	2 8	7 2	4 2	3 4	0 9	0 2	9 8		7 7	7 8	7 2	4 8	
0. 0 0 4 9	Str ess	0	0. 0 0 3 3	0. 0 1 4 7 4 7	0. 0 3 6 1	0. 0 4 2 8	0. 0 5 2 1	0. 0 5 5 6	0. 0 5 7 2	0. 0 5 5 8	0. 0 5 2 4	0. 0 5 1 1	0. 0 5 1 1	0. 0 5 1 1	0. 0 5 2 1	0. 0 5 4 5	0. 0 5 5 6	0. 0 5 6 8	0. 0 5 7 6
	Str ain (L- L0 / L) %	0	9. 0 1 %	3 2. 1 4 %	5 3. 9 2 %	5 8. 2 5 %	6 3. 8 0 %	6 6. 4 0 %	6 9. 9 6 %	7 1. 6 3 %	7 3. 9 8 %	7 5. 0 7 %	7 6. 6 0 %	7 7. 3 0 %	7 8. 2 7 %	7 8. 7 2 %	7 9. 3 3 %	7 9. 6 0 %	
1 9	m m	0	2. 5 4 9 9	1 2. 1 4 1	2 9. 8 8 4	3 5. 4 6 9	4 4. 8 8 5	5 0. 1 6 8	5 9. 0 8 8	6 4. 0 5 5	7 2. 1 5 7	7 6. 4 7 5	8 3. 1 8 1	8 6. 6 9 2	9 1. 6 6 3	9 4. 1 8 9	9 7. 7 6 9	9 9. 4 7 7	
0. 0 0 5	Str ess	0	0. 0 0 3 4	0. 0 1 4 8 2 6	0. 0 3 6 2	0. 0 4 2 1 6 8	0. 0 5 1 5 2	0. 0 5 5 6 9	0. 0 5 5 6 9	0. 0 5 5 5 6	0. 0 5 5 2 3	0. 0 5 5 1 1	0. 0 5 5 1 1	0. 0 5 5 2 1	0. 0 5 5 4 1	0. 0 5 5 5 2	0. 0 5 5 6 9	0. 0 5 5 7 7	
	Str ain	0	8. 9	3 1.	5 3.	5 7.	6 3.	6 5.	6 9.	7 1.	7 3.	7 4.	7 6.	7 6.	7 7.	7 8.	7 8.	7 9.	

	(L- L0 / L) %		3 %	8 3 %	4 8 %	7 0 %	3 2 %	8 6 %	4 4 %	1 3 %	5 1 %	6 3 %	1 9 %	9 1 %	3 7 %	9 9 %	2 8 %		
2 0	m m	0	2. 5 0 1 4	1 1. 8 0 2 8	2 8. 7 0 2 8	3 4. 0 7 3	4 2. 8 0 2	4 7. 8 4 9	5 6. 2 8 4	6 1. 0 0 6	6 8. 7 0 1	7 2. 9 4 1	7 9. 4 6 6	8 2. 8 1 5	8 7. 8 3 4	9 0. 3 0 3	9 3. 8 7 4	9 5. 5 8 8	
0. 0 0 5 2	Str ess	0	0. 0 0 3 4	0. 0 1 4 9 7 3	0. 0 3 5 2	0. 0 4 2	0. 0 5 1 4	0. 0 5 4 2	0. 0 5 6 2	0. 0 5 5 2	0. 0 5 6 2	0. 0 5 2 1	0. 0 5 1 1	0. 0 5 2 1	0. 0 5 4 1	0. 0 5 5 3	0. 0 5 7 1	0. 0 5 7 1	0. 0 5 7 9
	Str ain (L- L0 / L) %	0	8. 7 8 %	3 1. 2 9 %	5 2. 4 7 %	5 6. 2 5 %	6 2. 7 9 %	6 4. 0 0 %	6 8. 4 0 %	7 0. 1 2 %	7 2. 5 7 %	7 3. 2 5 %	7 5. 1 1 %	7 6. 1 6 %	7 7. 1 4 %	7 7. 6 1 %	7 8. 3 1 %	7 8. 6 1 %	
2 1	m m	0	2. 4 5 4 5	1 1. 4 7 6	2 7. 6 2 5	3 2. 6 0 6	4 0. 9 4 6	4 5. 6 4 1	5 3. 6 1 3	5 8. 1 0 1	6 5. 5 3 6	6 6. 5 6 3	7 5. 9 0 8	7 9. 1 8 2	8 4. 1 1 4	8 6. 5 6 4	9 0. 1 1 6	9 6. 5 7 8	

0.0054	Str ess	0	0.0035	0.0151	0.0356	0.0418	0.0503	0.0556	0.0556	0.0557	0.0551	0.0551	0.0552	0.0554	0.0555	0.0557	0.0572	0.0601
	Str ain (L- L0 / L) %	0%	8.36%	3.02%	5.12%	5.54%	6.17%	6.31%	6.64%	7.08%	7.19%	7.24%	7.49%	7.58%	7.63%	7.69%	7.76%	7.81%
22	m m	0	2.40	1.11	2.56	3.15	3.39	4.15	5.03	5.27	6.24	6.63	7.28	7.56	8.04	8.97	9.02	
0.0056	Str ess	0	0.0035	0.0152	0.0343	0.0436	0.0519	0.0557	0.0582	0.0619	0.0651	0.0681	0.0711	0.0742	0.0774	0.0808	0.0841	0.0891
	Str ain (L- L0 %	0%	8.48%	3.05%	5.05%	5.56%	6.02%	6.26%	6.62%	7.06%	7.18%	7.36%	7.64%	7.74%	7.85%	7.97%	8.10%	0.0%

	/			4	4	0	8	1	6	3	0	4	0	3	0	4	3	
	L)			%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	
	%																	
2	m	0	2.	1	2	3	3	4	4	6	7	8	8	8	9	9	9	9
3	m		3	0.	5.	0.	7.	1.	8.	6.	6.	0.	5.	8.	2.	3.	6.	7.
			6	8	5	0	3	5	6	7	3	1	7	3	1	8	4	6
			5	6	6	0	9	4	5	6	8	4	0	6	2	9	1	1
			6	3	7	4	6	2	3	8	6	7	3	9	7	1		9
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0			0	1	3	4	4	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6
5			3	5	5	0	8	1	4	2	3	5	8	9	1	2	3	3
8			6	3	1	8	8	9	1	2	4	2	4	9	5	2	2	8
				4														
				1														
	Str	0	8.	2	4	5	5	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	ain	%	3	9.	9.	3.	8.	1.	5.	1.	4.	5.	6.	7.	7.	8.	8.	8.
	(L-		4	4	5	5	9	5	1	9	6	5	7	2	9	3	7	9
	L0	%	7	8	7	9	1	7	7	1	1	2	7	9	1	6	7	
	/		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
	L)																	
	%																	
2	m	0	2.	1	2	2	3	4	4	6	7	7	8	8	9	9	9	9
4	m		3	0.	5.	9.	6.	0.	7.	5.	4.	8.	3.	6.	0.	2.	4.	5.
			4	7	0	3	5	5	4	2	7	4	9	6	4	1	6	9
			4	1	8	9	6	8	8	3	2	5	8	4	0	7	9	0
			3	7	2	1			8		5	3	1	3	3		3	3
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0			0	1		4	4	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6

59			36	5393	35	06	84	15	37	21	34	52	849	96	13	23	34	39
	Strain (L-L0 / L) %	079%	8.21%	29.10%	49.06%	53.44%	55.64%	69.45%	66.20%	71.50%	77.11%	77.11%	77.63%	77.26%	77.66%	78.00%	78.40%	78.67%
25	mm	023233	2.3573	1.0570	2.4604	4.4941	5.1513	6.3236	6.9449	8.0624	8.8715	8.9972	9.0727	9.2004	9.4009	9.4995	9.6399	9.8082
006	Str ess	00036	0.0136	0.0354	0.0548	0.0578	0.0533	0.0544	0.0574	0.0624	0.0621	0.0663	0.0668	0.0663	0.0634	0.0647	0.0646	0.066
	Strain (L-L0 / L) %	079%	8.21%	29.10%	49.06%	63.56%	66.86%	77.00%	79.60%	82.68%	87.71%	88.38%	88.73%	89.38%	90.41%	91.57%	92.61%	93.21%

26	m m	0	2.8225	1.02698	2.3694	2.7664	3.1717	5.5144	5.9758	7.3398	8.8089	8.3703	8.8708	9.1339	9.2621	9.4413	9.782
0062	Str ess	0	0.00037	0.00155	0.00346	0.00399	0.00493	0.00556	0.00552	0.00549	0.00677	0.00602	0.00667	0.00664	0.00663	0.00659	0.00655
	Str ain (L-L0 / L) %	0	8.77%	2.83%	4.68%	5.57%	5.65%	6.66%	6.73%	7.73%	7.77%	7.7%	7.7%	7.7%	7.8%	7.8%	7.9%
27	m m	0	2.24332	1.00832	2.2822	2.6542	3.2811	4.9521	5.7047	7.0023	7.7036	8.0078	8.3588	8.8518	8.9139	9.1189	9.4519
0064	Str ess	0	0.0008	0.0001	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0009	0.0009	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001

				1 8														
	Str ain (L- LO / L) %	0 7. 4 %	7. 7. 8 4 %	2 6. 7 4 %	4 7 4 %	5 0. 5 2 %	5 5. 6 9 %	5 5. 5 9 %	6 8. 6 9 %	6 2. 9 5 %	7 4. 8 7 %	7 5. 4 7 %	7 6. 3 2 %	7 6. 7 0 %	7 7. 2 2 %	7 7. 4 7 %	7 7. 8 1 %	7 8. 4 4 %
2 8	m m	0 2. 0 4 8	9. 7 7 5 9	2 1. 9 8 7	2 5. 4 9 6	3 1. 2 6 3	4 7. 2 6 6	5 4. 4 5 7	6 7. 2 7 2	7 4. 2 6 5	8 4. 1 5 1	8 4. 6 1 8	8 5. 2 8 3	8 6. 6 5 8	8 9. 1 4 6	8 9. 2 6 9	8 9. 2 7 9	
0. 0 0 6 6	Str ess	0 0. 0 3 8	0. 0 1 5 6 9 4	0. 0 3 4 8 9	0. 0 3 8 5 7	0. 0 4 5 2 6	0. 0 5 2 2 6	0. 0 5 2 2 9	0. 0 5 4 9	0. 0 5 5 4 8	0. 0 6 6 4 8	0. 0 6 5 5 3	0. 0 6 5 5 8	0. 0 6 5 5 8	0. 0 6 6 6 8	0. 0 6 6 6 8	0. 0 6 6 6 8	
	Str ain (L- LO / L) %	0 7. 2 %	7. 7. 3 3 %	2 5. 8 2 %	4 9. 5 1 %	4 4. 5 0 %	5 4. 6 1 %	6 4. 5 1 %	6 7. 6 8 %	7 2. 1 2 %	7 4. 0 7 %	7 6. 4 0 %	7 6. 4 9 %	7 6. 6 4 %	7 7. 9 1 %	7 7. 4 2 %	7 7. 4 4 %	

29	m m	0	2.1677	9.53	2.1193	2.4499	2.9916	4.5909	5.1989	6.4417	7.8173	8.8568	8.7002	8.9233	9.0335	9.1595
0068	Str ess	0	0.0039	0.0157	0.0338	0.0485	0.0652	0.0891	0.1189	0.1599	0.2177	0.2967	0.4015	0.5389	0.7151	0.9666
	Str ain (L-L0 / L) %	0	7.00%	2.7682%	4.4912%	4.8511%	5.3303%	6.6466%	6.7144%	7.7277%	7.7722%	7.7699%	7.7944%	7.7455%	7.7695%	7.8555%
30	m m	0	2.1497	9.4100	2.0899	3.6000	4.7707	5.4708	5.7155	6.7487	7.7014	8.8779	8.1799	8.8392	9.2583	9.2794
0069	Str ess	0	0.0043	0.0157	0.0335	0.0496	0.0684	0.0922	0.1232	0.1641	0.2192	0.2929	0.3985	0.5419	0.7252	0.9844

				9													
				5													
	Strain (L-L0 / L) %	0.7648%	7.648%	2.4467%	4.4474%	5.4481%	6.4486%	6.4486%	6.4486%	7.4491%	7.4491%	7.4491%	7.4491%	7.4491%	7.4491%	7.4491%	7.4491%
31	mm	0.2319	9.2319	2.0393	3.0393	4.0398	5.0402	5.0402	5.0402	6.0407	7.0412	7.0412	8.0417	8.0417	8.0417	9.0422	9.0422
0.007	Stress	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039	0.0039
	Strain (L-L0 / L) %	0.7583%	7.6431%	2.4011%	4.4019%	5.4027%	6.4035%	6.4035%	6.4035%	7.4043%	7.4043%	7.4043%	7.4043%	7.4043%	7.4043%	7.4043%	7.4043%
32	mm	0.2009	9.2009	1.0919	3.0919	3.0919	4.0927	5.0935	6.0943	6.0943	7.0951	7.0951	8.0959	8.0959	8.0959	8.0959	9.0967

			9 7 1	6 6 2	7 1 1	2 0 9	9 8 1	4 1 2	6 0 5	4 9 9	6 8 9	0 7 9	7 7 6	9 7 6	1 5 2	7 1 4	0 8 8	
0. 0 0 7 2	Str ess	0	0. 0 0 3 9	0. 0 1 5 8 8 1	0. 0 3 8 5	0. 0 4 0 5	0. 0 5 2 5	0. 0 5 3 1	0. 0 5 7 1	0. 0 5 7 1	0. 0 6 4 3	0. 0 6 6 2	0. 0 6 8 7	0. 0 6 9 9	0. 0 7 1 5	0. 0 7 2 3	0. 0 7 3 5	
	Str ain (L- L0 / L) %	0	7. 4 6 %	2 5. 8 %	4 3. 1 %	5 6. 8 %	5 9. 9 %	6 4. 8 %	6 7. 2 %	7 0. 6 %	7 2. 6 %	7 4. 1 %	7 5. 0 %	7 6. 1 %	7 6. 5 %	7 7. 2 %	7 7. 3 %	
3 3	m m	0	2. 0 6 3 5	8. 8 4 7 3	1 9. 0 2 1 3	3 2. 7 1 3	3 7. 2 3 6	4 5. 8 1 6	5 1. 0 5 3	5 9. 7 8 9	6 4. 9 6 9	7 1. 8 5 9	7 5. 2 3 7	7 9. 9 2 9	8 2. 1 8 9	8 5. 2 3 7	8 6. 8 9 5	
0. 0 0 7 4	Str ess	0	0. 0 0 4 9	0. 0 1 5 9 3 1	0. 0 3 2 7	0. 0 4 7 8	0. 0 4 9 8	0. 0 5 1 8	0. 0 5 3 8	0. 0 5 7 9	0. 0 5 9 4	0. 0 6 9 4	0. 0 6 4 3	0. 0 6 8 9	0. 0 7 0 1	0. 0 7 1 8	0. 0 7 2 6	0. 0 7 3 7

	Str ain (L- LO / L) %	0	7. 3 5 %	2 5. 3 %	4 2. 2 %	5 5. 7 %	5 8. 8 %	5 8. 0 %	6 6. 2 %	6 9. 6 %	6 1. 3 %	7 3. 4 %	7 4. 3 %	7 5. 4 %	7 5. 5 %	7 6. 4 %	7 6. 6 %	7 7. 3 %	
3 4	m m	0	2. 0 3 0 8	8. 6 3 6 6 3	1 8. 3 2 9 6 3	3 1. 5. 2 9 6 2	3 5. 7 5 6 8	4 3. 8 7 6 6 3	4 8. 8 4 5 0 3	5 7. 4 1 4 2 7	6 2. 1 1 2 7	6 9. 1 1 4 2 7	7 2. 4 1 7 4 2	7 7. 9. 3 4 3 9	7 9. 2. 4 8 2	8 2. 4 0 8 2	8 4. 0 2 6 6	8 6. 3 6 7	
0. 0 0 7 6	Str ess	0	0. 0 0 4 9 7 6	0. 0 1 5 9 4 6	0. 0 3 2 4 1	0. 0 4 7 9 1 3	0. 0 4 4 1 3	0. 0 5 1 6 6	0. 0 5 2 9 9	0. 0 5 6 9 9	0. 0 5 5 6 9 9	0. 0 5 4 9 4	0. 0 6 6 4 5	0. 0 6 6 9 2	0. 0 7 0 4 4	0. 0 7 2 1 1	0. 0 7 2 2 8	0. 0 7 3 2 9	
	Str ain (L- LO / L) %	0	7. 2 4 %	2 4. 9 %	4 1. 3 %	5 4. 6 %	5 7. 7 %	5 7. 3 %	6 2. 7 %	6 5. 8 %	6 8. 5 %	7 0. 6 %	7 2. 6 %	7 3. 4 %	7 4. 7 %	7 5. 3 %	7 6. 0 %	7 6. 3 %	7 6. 8 %
3 5	m m	0	1. 9 9	8. 4 3	1 7. 7	2 9. 9	3 3. 9	4 1. 8	4 6. 6	5 5. 0	5 9. 6	6 6. 4	6 9. 7	7 4. 4	7 6. 6	7 9. 7	8 1. 2	8 3. 6	8 5

			9 1	3 8	3 6	4 4	9 3	1 6	5 9	4 3	1 2	8 3	9 6	4 5	1 9		8 3	0 3
0. 0 0 7 8	Str ess	0	0. 0 0 4 1	0. 0 1 6 0	0. 0 3 2 1	0. 0 4 6 4	0. 0 4 8 6	0. 0 5 1 2	0. 0 5 2 7	0. 0 5 6 8	0. 0 5 9 8	0. 0 6 4 5	0. 0 6 6 6	0. 0 6 9 4	0. 0 7 0 7	0. 0 7 2 3	0. 0 7 3 1	0. 0 7 3 1
	Str ain (L- L0 / L) %	0	7. 1 4 %	2. 4 5 %	4. 0. 5 %	5. 3. 5 %	5. 6. 6 %	6. 1. 6 %	6. 4. 2 %	6. 7. 9 %	6. 9. 6 %	7. 1. 8 %	7. 2. 8 %	7. 4. 2 %	7. 4. 6 %	7. 5. 1 %	7. 5. 7 %	7. 6. 8 %
3 6	m m	0	1. 9 8 3 6	8. 3 5 2	1. 7 4 3	2. 9 2 6	3. 3 9 6	4. 0. 8 7 9	6. 1. 9 5	7. 0. 0 4 6	7. 2. 9 3 5	7. 7. 1 7 5	7. 9. 1 5	8. 2. 0 3 2	8. 3. 4 3 8	8. 5. 5 3 4	8. 6. 5 7 4	8. 8. 1 4 9
0. 0 0 7 9	Str ess	0	0. 0 0 4 1	0. 0 1 6 0	0. 0 3 1 9	0. 0 4 6 3	0. 0 4 8 3	0. 0 5 1 1	0. 0 6 1 5	0. 0 6 7 2	0. 0 6 9 3	0. 0 7 1 6	0. 0 7 2 5	0. 0 7 4 5	0. 0 7 4 8	0. 0 7 6 1	0. 0 7 6 6	0. 0 7 6 5
	Str ain	0	7. 0	2. 4.	4. 0.	5. 2. 6.	5. 6. 1.	6. 7. 0.	7. 7. 2.	7. 7. 3.	7. 7. 4.	7. 7. 5.	7. 7. 5.	7. 7. 6.	7. 7. 6.	7. 7. 6.	7. 7. 7.	

	(L- LO / L) %		9 %	2 %	1 %	9 %	1 %	1 %	4 %	9 %	7 %	8 %	2 %	9 %	2 %	6 %	9 %	2 %	
3 7	m m	0	1. 9 7	8. 2 4	1 7 1	2 8 6	4 9 2	5 6 5	6 8 5	7 4 9	7 6 0	7 9 1	8 1 6	8 3 8	8 4 2	8 5 6	8 7 6	8 8 0	
0. 0 8	Str ess	0	0. 0 0 4 1	0. 0 1 6 0 5 1	0. 0 3 0 1	0. 0 4 1 2	0. 0 5 6 1	0. 0 5 8 9	0. 0 6 7 9	0. 0 7 6 9	0. 0 7 0 1	0. 0 7 2 5	0. 0 7 3 1	0. 0 7 4 5	0. 0 7 5 3	0. 0 7 5 9	0. 0 7 6 9	0. 0 7 8 9	0. 0 7 8 7
	Str ain (L- LO / L) %	0	7. 4 %	2 4. %	3 7 %	5 4 %	6 4 %	6 5 %	7 5 %	7 1 %	7 6 %	7 3 %	7 8 %	7 1 %	7 4 %	7 7 %	7 4 %	7 5 %	0. 0 %
3 8	m m	0	1. 7 0 4 5	6. 6 2 9 4	1 2. 4 6 7	1 9. 1 3 1	3 2. 7 8 2	3 8. 0 2 9	4 7. 1 7 4	5 2. 0 3 1	5 9. 0 7 1	6 2. 4 0 4	6 7. 3 1 5	6 9. 8 1 4	7 3. 7 5 1	7 5. 8 2 1	7 8 0 2 1	7 9. 0 2 2 1	8 0. 6 4 1

0.01	Str ess	0	0.044	0.016	0.029	0.039	0.053	0.058	0.066	0.071	0.077	0.081	0.088	0.092	0.098	0.103	0.108
	Str ain (L- L0 / L) %	0	6.5%	2.3%	3.4%	4.3%	5.7%	5.9%	6.4%	6.6%	7.0%	7.2%	7.7%	7.8%	8.1%	8.4%	8.5%
39	m m	0	1.501	5.484	9.500	13.740	23.555	44.054	55.281	66.392	77.287	87.962	98.427	108.692	118.757	128.622	138.297
0.012	Str ess	0	0.047	0.061	0.076	0.091	0.106	0.121	0.136	0.151	0.166	0.181	0.196	0.211	0.226	0.241	0.256
	Str ain (L- L0 %	0	5.6%	1.7%	2.6%	3.4%	4.1%	6.0%	6.3%	6.6%	7.0%	7.4%	7.7%	8.0%	8.3%	8.6%	8.9%

	/			2	6	8	7	4	6	8	6	8	3	0	7	9	2	7
	L)			%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
	%																	
4	m	0	1.	4.	7.	1	1	2	4	5	5	6	6	7	7	7	7	7
0	m		3	6	5	0.	7.	9.	5.	0.	7.	1.	7.	0.	4.	6.	6.	6.
			4	4	4	6	6	4	3	0	7	7	6	3	5	7	8	9
			0	2	9	1	2	2	2	1	3	7	2	9	5	4	2	5
			8	6	9	6	4	9	4	4	1	7	6	4	3	1	6	4
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1			0	1	2	3	4	6	8	8	9	0	0	0	1	1	1	1
4			4	6	5	2	9	9	4	8	5	0	6	8	1	4	4	4
			9	0		9		5	9	4	9	4		3	9		1	2
			9															
	Str	0	4.	1	2	2	4	5	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
	ain	%	9	5.	2.	8.	0.	3.	3.	5.	8.	0.	2.	3.	4.	4.	4.	4.
	(L-		0	1	5	9	4	0	5	8	9	3	2	0	1	6	7	7
	L0	%	5	0	9	0	9	5	0	5	8	3	3	3	4	9	1	5
	/		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
	L)																	
	%																	
4	m	0	1.	4.	6.	8.	1	2	3	4	5	6	6	6	6	7	7	7
1	m		2	0	2	6	4.	2.	3.	9.	4.	0.	3.	8.	8.	9.	0.	1.
			1	0	1	6	1	1	4	4	0	5	6	6	8	3	1	8
			0	5	2	4	1	9	4	5	2	5	7	3	9		1	2
			7	6	4	7	3	9	7	1	8	5	2	5	9		8	8
0.	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1			0	1	2	3	4	6	7	9	0	1	1	2	2	2	2	2
6			5	5													2	2

				9 4 7	3 8	1 4	7 2	5 2	9 8	9 3	5 7	3 1	5 9	0 6	0 8	1 2		3 7
	Str ain (L- L0 / L) %	0 4 5 %	4. 3. 3 %	1 3. 2 %	1 9. 0 %	2 5. 0 %	3 5. 8 %	4 6. 6 %	5 6. 6 %	6 5. 4 %	6 7. 1 %	6 9. 6 %	7 1. 0 %	7 2. 5 %	7 2. 6 %	7 2. 7 %	7 2. 9 %	7 3. 4 %
4 2	m m	0	1. 1 5 4 5	3. 7 4 3 4	5. 6 9 6 8	7. 9 4 8 5	1 2. 8 1 2	1 9. 4 8 8	2 8. 8 3 4	4 2. 9 7 8	4 7. 1 2 9	5 3. 0 5 6	5 5. 8 2 3	6 0. 2 8 9	6 2. 5 8 9	6 6. 4 8 2	6 8. 5 8 9	6 1. 8 7 9
0. 1 7	Str ess	0	0. 0 0 5 1	0. 0 1 5 8 7 1	0. 0 2 3 0 9	0. 0 3 0 6 4	0. 0 4 6 2 9	0. 0 6 7 2 9	0. 0 7 7 3	0. 0 9 7 3	0. 1 1 3 8	0. 1 1 1 6	0. 1 1 4 3	0. 1 1 8 5	0. 1 2 0 9	0. 1 2 4 8	0. 1 2 7 8	0. 1 3 0 4
	Str ain (L- L0 / L) %	0 4 5 %	4. 2. 5 %	1 2. 9 %	1 7. 7 %	2 3. 1 %	3 3. 1 %	4 2. 8 %	5 2. 5 %	6 2. 3 %	6 4. 4 %	6 7. 1 %	6 8. 2 %	6 9. 5 %	7 0. 5 %	7 1. 8 %	7 2. 9 %	7 3. 4 %

P	m	0	3.	4.	4.	5.	6.	1	2	2	3	4	5	7	7	7	8	
ra	m		0	0	8	7	7	0.	2.	7.	3.	1.	4.	2.	3.	4.	4.	
ti			0	4	0	9	5	3	6	3	3	7	2	0	0	3	6	
q								4	7	7	0	0	0	0	0	1	0	
u																		
e																		
	Str	0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	
	ess		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
			0	0	1	1	1	1	3	3	4	4	5	5	5	5	6	
			3	7	0	3	5	9	1	5	1	6	1	8	8	9	4	
	Str	0	1	1	1	1	2	2	4	5	5	6	6	7	7	7	7	0.
	ain	%	0.	3.	5.	8.	0.	8.	6.	1.	6.	1.	7.	3.	3.	4.	6.	0
	(L-		3	4	5	2	6	4	5	2	1	6	5	4	7	0	4	0
	L0		3	6	8	0	2	5	8	8	6	0	8	7	4	8	9	%
	/		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	
	L)																	
	%																	